

ВИРТУАЛЬНЫЕ АНАЛИЗАТОРЫ: КОНЦЕПЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ И ПРИМЕНЕНИЯ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

А. А. Мусаев

Рассматриваются концептуальные основы построения виртуальных анализаторов и их применения в системах мониторинга состояния непрерывных *технологических процессов* (ТП). Предложена параметрическая модель управления ТП, позволяющие структурировать множество виртуальных анализаторов и определить виды их функциональности. Изучен подход к задаче построения унифицированной системы виртуального мониторинга на основе матрицы типовых виртуальных анализаторов.

ВВЕДЕНИЕ. ВИРТУАЛЬНЫЙ МОНИТОРИНГ: ПРОБЛЕМА, ЦЕЛЬ, СРЕДСТВО

В большинстве практических случаев оперативное управление технологическими процессами осуществляется на основе использования результатов мониторинга производственной ситуации. Мониторинг, в свою очередь, реализуется путем сбора и первичной обработки данных, включающих в себя результаты применения измерительных средств и комплексов (как правило, входящих в структуры *АСУ технологических процессов* (АСУ ТП)), а также лабораторные анализы промежуточной и товарной продукции.

К сожалению, результаты анализов, получаемые средствами заводских лабораторий, как правило, не обладают необходимым уровнем полноты и оперативности. Практический опыт работы с результатами анализов показывает, что и их достоверность в некоторых случаях оказывается неудовлетворительной. Основная причина это состоит в несоответствии пропускной способности и технологичности лабораторных средств анализа проб реальным потребностям современного производства.

Применение on-line анализаторов существенно повышает своевременность контроля состояния материальных потоков, однако стоимость таких приборов весьма велика (десятки и сотни тысяч \$), они требуют регулярного высококвалифицированного эксплуатационного обслуживания и не обеспечивают достаточной полноты информационного обеспечения с точки зрения создания автоматизированных контуров оптимального управления ТП.

Отсюда возникает научно-техническая проблема повышения полноты, оперативности и достоверности информационного обеспечения технологического персонала путем создания и внедрения *системы виртуального мониторинга* (СВМ) ТП.

Решение данной проблемы осуществляется на основе применения *новых информационных технологий* (high tech), как правило, не требующих привлечения значительных инвестиций

(по сравнению с вариантом расширения технической базы мониторинга на основе инструментальных средств).

Основная идея виртуального мониторинга состоит в получении новых знаний о текущем состоянии ТП и динамике его эволюции путем глубокой математической обработки оперативных и ретроспективных данных, полученных уже существующими контрольно-измерительными средствами (КИС).



Базовыми элементами СВМ являются *виртуальные анализаторы* (ВА), представляющие собой программно-алгоритмические комплексы, реализующие функции углубленного оценивания текущего состояния ТП и его эволюции.

Основным назначением виртуальных анализаторов является повышение уровня информационно-аналитического обеспечения технологического персонала и создание условий (достаточной информационной базы) для формирования оптимального управления как отдельными ТП, так и всего технологического цикла производства.

Дополнительными задачами ВА могут служить:

- информационное «дублирование» отдельных измерительных средств с целью оперативного контроля их состояния (возможных неисправностей, определение необходимости в проведении калибровки, юстировки, сверки и т.п.);
- использование в качестве вспомогательной контрольно-диагностической системы технологической установки в интересах раннего (превентивного) обнаружения возможных неисправностей.

1. ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ВИРТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА

ВА, в отличие от “hardware” КИС, не содержат средств непосредственных измерений параметров ТП (датчиков, измерителей и т.п.).



Основными *источниками информации* для виртуального анализа являются

- скрытая избыточность, содержащаяся в физико-химических измерениях существующих систем КИС и результатах работы заводской лаборатории;
- ретроспективные технологические знания, накопленные в процессе управления ТП и хранящиеся цеховой БД.

В первом случае дополнительная информация извлекается из исходных массивов измерительной информации благодаря наличию взаимозависимостей и связей между измеряемыми параметрами. В качестве примера можно привести ситуацию с анализами товарного топлива, когда при наличии измерений фракционного состава можно восстановить значения таких параметров, как температуры помутнения или вспышки и т.п.

Во втором случае информация формируется исходя из автоматизированного сопоставительного анализа текущих измерений со знаниями, накопленными в цеховом информационном хранилище. Сопоставление текущей динамики развития ТП с расчетными значениями, сформированными на основе начальных данных, а также с описаниями аналогичных производственных ситуаций, хранящимися в цеховых *базах знаний* (БЗ), позволяет получить важную информацию как с точки зрения управления ТП, так и с позиций диагностического контроля.

2. МЕСТО ВИРТУАЛЬНЫХ АНАЛИЗАТОРОВ В АСУ ТП

Условная схема взаимодействия ВА с типовой АСУ ТП представлена на рис. 1.

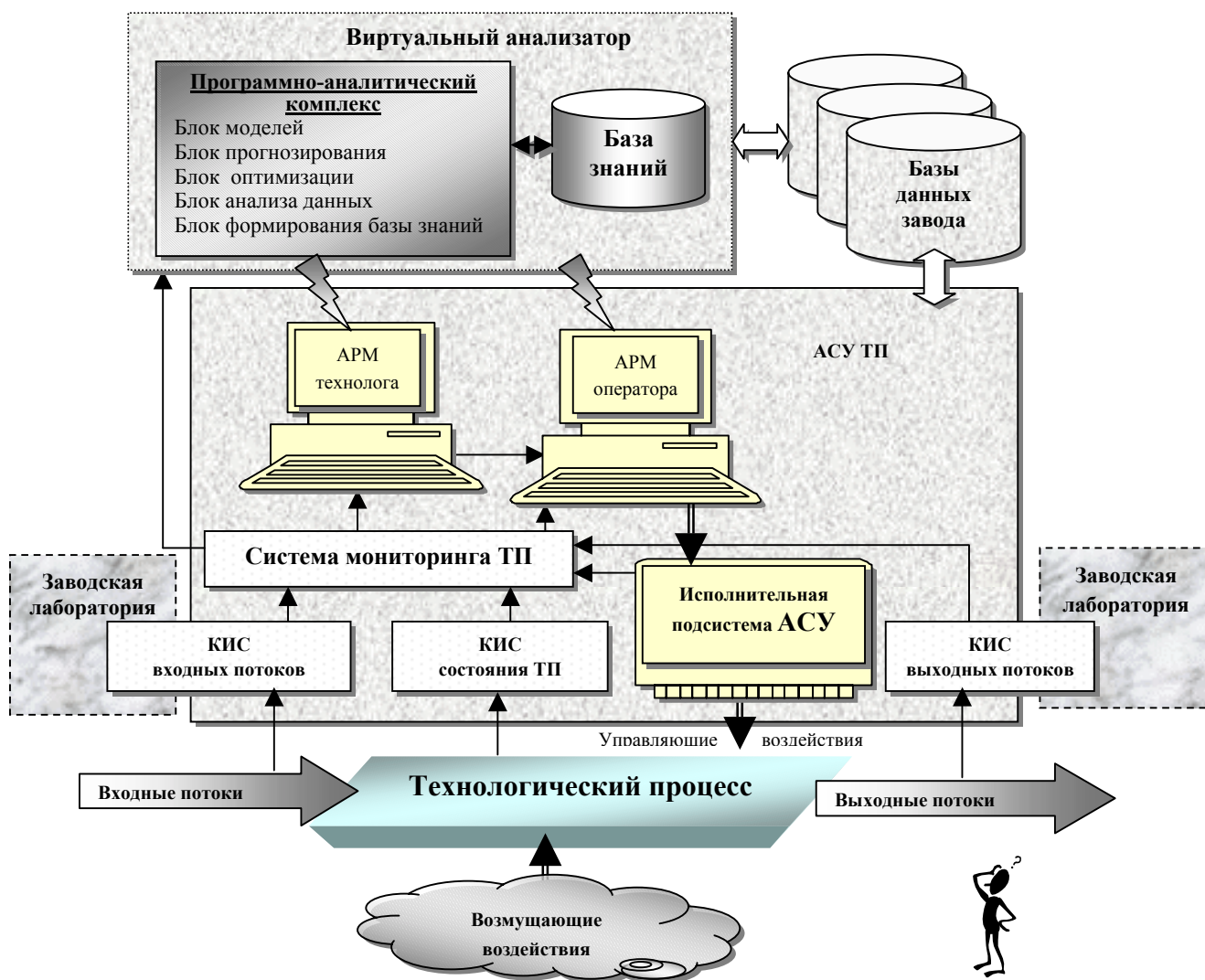


Рис.1. Схема взаимодействия ТП, АСУ ТП и ВА

ВА может либо входить в состав АСУ ТП (например, в составе *системы поддержки принятия решений* (СППР)), либо существовать самостоятельно, в форме некоторой интеллектуальной надстройки контура управления. Как правило, ВА представляет собой программно-алгоритмический комплекс, позволяющий восстановить необходимые сведения по имеющимся

данным, идентифицировать динамику скрытую протекающих процессов и визуализировать ее на экране дисплеев дежурной смены. Следовательно, он может быть реализован на любом сетевом компьютере, имеющим доступ к результатам мониторинга состояния ТП, к данным, формируемым on-line анализаторами и к результатам лабораторных анализов материальных потоков.

При использовании *интеллектуальных ВА* (ИВА), дополнительным источником информации являются сведения, получаемые из базы знаний. Соответствующая БЗ может быть выполнена как в форме традиционной (реляционной) БД, так и в форме информационного хранилища (Data Warehouse), обеспечивающего накопление технологического опыта в многомерном формате данных. Возможны комбинированные варианты ее построения, например, на основе использования многомерной тематической витрины данных (Data Mart), сформированной в виде приложения над реляционной БД [1, 2].

3. ОСНОВНЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОСТИ СИСТЕМЫ ВИРТУАЛЬНОГО МОНИТОРИНГА

Основные функциональности ВА, а также отвечающие им частные задачи, приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Основные функциональности	Частные задачи виртуального анализа
Оперативное управление ТП	<ul style="list-style-type: none"> • Прогнозирование качества выходного продукта для выбранного технологического режима; • Оценка параметров входных материальных потоков и коррекция требований к ним; • Формирование оптимальных технологических управлений (решений) для заданных критериев качества
Технологический анализ и исследования ТП как объекта управления	<ul style="list-style-type: none"> • Выявление и корректный учет значимых взаимозависимостей технологических параметров; • Поиск наиболее рациональных решений по управлению ТП для различных критериев эффективности; • Поиск новых технологических режимов для различных критериев эффективности; • Анализ значимости и функций влияния отдельных технологических параметров
Контроль промышленной и экологической безопасности	<ul style="list-style-type: none"> • Анализ промышленной и экологической безопасности эксплуатации установки; • Выявление скрытых технологических и технических угроз и своевременное оповещение о возможности их реализации; • Обеспечение устойчивой и безопасной эксплуатации установки: платформа для создания превентивной системы промышленной безопасности предприятия
Контроль состояния КИС	<ul style="list-style-type: none"> • Верификация контрольно-измерительной аппаратуры; • Основа для построения системы гибкого планирования процессов контроля и ремонта КИС
Обучение и подготовка кадров	<ul style="list-style-type: none"> • Обеспечение возможности управления технологической установкой персоналом со средним и низким уровнем квалификации; • Возможность обучения технологического персонала; эффективная платформа для формирования специализированных тренажеров



Важнейшими из перечисленных функций являются вопросы информационного обеспечения оперативного управления ТП и аналитическая поддержка технологических исследований протекающих в установках процессов.

4. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА ВИРТУАЛЬНОГО МОНИТОРИНГА

В основе функционирования ВА, как элемента системы мониторинга ТП, лежит математическая модель, отражающая взаимосвязь входных и выходных параметров ТП.

В качестве исходной структуры для анализа ТП используется традиционная кибернетическая модель «черного ящика». В соответствии с методологией SADT (Structured Analysis and Design Technique), используемой для формирования и представления структурных моделей, «черный ящик» ТП будет иметь вид, представленный на рис. 2.

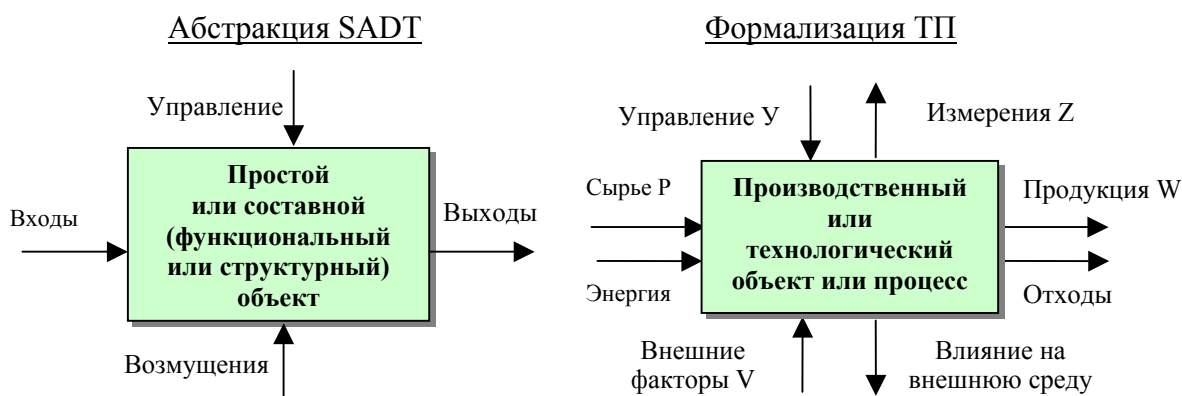


Рис. 2. Схема формализации единичного объекта диаграммы структурной модели

Традиционного для кибернетики описание изучаемого объекта O задается в виде триады множеств

$$O = \langle U, X, Y \rangle,$$

где $U = \{p_1, p_2, \dots, p_\alpha, y_1, y_2, \dots, y_\gamma, v_1, v_2, \dots, v_\beta\}$ – множество входных воздействий, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ – множество состояний ТП, $Y = \{z_1, z_2, \dots, z_\delta, w_1, w_2, \dots, w_\gamma\}$ – множество выходных процессов (информационных $\{z\}$ и материальных $\{w\}$).

В задачах синтеза важнейшую роль играет именно структура системы, которую и требуется определить. В связи с этим обобщенная модель объекта усложняется и приобретает вид $O = \langle A, R, U, X, Y, G \rangle$, где A - множество элементов системы; R - матрица отношений между элементами системы, заданными на A ; G - матрица отношений между множествами A и X (отношения эмерджентности). Составляющая часть системы $\{A, R\}$ называется ее структурой, а $\{U, X, Y\}$ - программой ее функционирования. Таким образом, система представляет собой объединение этих двух составляющих, а ее единство определяется отношением эмерджентности G .



В задачах, связанных с анализом непрерывных производств, множество входных процессов U разделяется на вектор параметров входных материальных (сырьевых) и энергетических потоков $P = \{p_1, p_2, \dots, p_\alpha\}$, множество управляющих воздействий (собственно управлений) $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_\chi\}$ и вектор возмущающих воздействий со стороны среды взаимодействия $V = \{v_1, v_2, \dots, v_\beta\}$. Множество выходных процессов Y состоит из множества измерений (наблюдений) $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_\delta\}$, используемых для оценки текущего состояния ТП и формирования управляющих решений D , и множества выходных продуктов $W = \{w_1, w_2, \dots, w_\gamma\}$.

5. СТРУКТУРИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ ЗАДАЧ

Представленные структурные и параметрические модели позволяют сделать вывод о том, что в основе решения функциональных задач, решаемых средствами ВА (см. табл. 1), должна лежать математическая модель, отображающая взаимосвязи между качественными и количественными показателями выходной продукцией ТП $W(t)$, характеристиками входных материальных потоков $P(t)$ и управлением $Y(t)$, выраженным через параметры состояния *технологической установки* (ТУ) $X(t)$. По существу, данная модель должна представлять собой некоторое многомерное отображение $F(U, X, Y)$, заданное в виде системы взаимосвязанных (в общем случае, нелинейных) уравнений. Решение данной системы уравнений по отношению к отдельным ее составляющим позволит обеспечить выполнение основных задач ВА, а именно:

- прогнозирование качества выходной продукции ТП по результатам анализа сырьевых потоков и выбранному управлению (технологическому режиму);
- определение требуемого технологического режима по результатам анализа сырьевых потоков и заданному (желаемому) качеству выходной продукции;
- определение требований к качеству сырья исходя из заданного (желаемого) качеству выходной продукции и типовых параметров технологической установки.

На рис. 3 перечисленные задачи представлены в виде векторных схем.

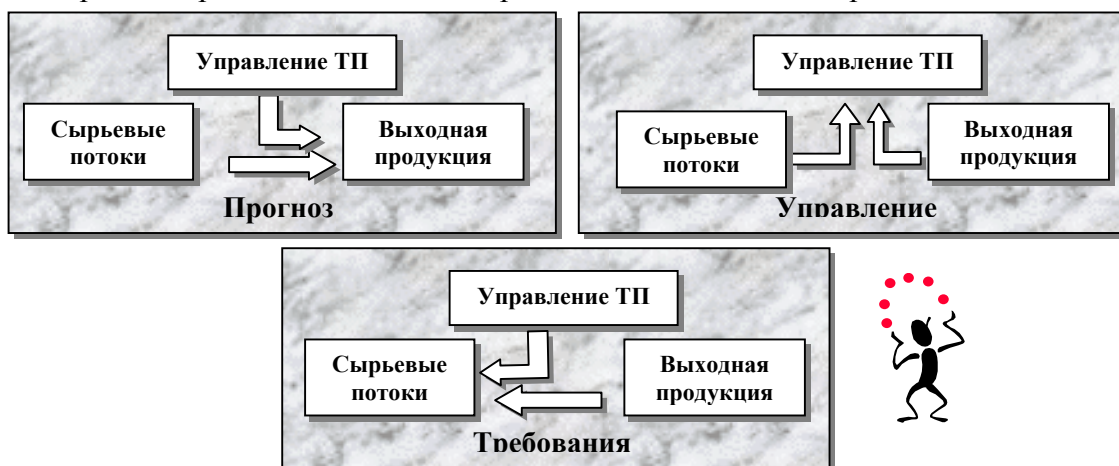


Рис. 3. Векторные схемы основных задач виртуального анализа

NB! Следует заметить, что класс задач «Управление», строго говоря, не является функциональностью ВА. Виртуальные анализаторы лишь создают информационную платформу для формирования оптимального управления. Решение задач управления осуществляется средствами автоматизированных систем поддержки принятия решений (СППР или *decision support systems*, DSS). В этом случае ВА выступают в качестве информационной подсистемы DSS.

6. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АРСЕНАЛ ВИРТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Структуризация основных задач, стоящих перед ВА, непосредственно определяет математическое ядро ВА, как взаимное отображение $F=F(U, X, Y)$. В общем случае подобное отображение представляет собой M -мерную гиперповерхность, параметризованную совокупностью $\langle U, X, Y \rangle$.

Структура гиперповерхности задается априори в качестве начального приближения F_0 и может итерационно уточняться. Параметрическая идентификация $F(U, X, Y)$ осуществляется путем последовательной подгонки на основе имеющейся совокупности наблюдений $\{Z\}$ за параметрами триады $\langle U, X, Y \rangle$. При этом предполагается наличие некоторой модели наблюдений $Z=Z(U, X, Y; V)$, связывающей указанные параметры $Z=Z(U, X, Y; V)$.

Наличие ситуационной неопределенности V , обусловленной влиянием неучтенных систематических возмущений и случайных погрешностей измерений, приводит к ошибкам моделирования $\delta F= F(U, X, Y) - F^*(\tilde{U}, \tilde{X}, \tilde{Y})$, где $F^*(\tilde{U}, \tilde{X}, \tilde{Y})$ - оценка F , полученная по результатам наблюдений.

Таким образом, математический арсенал ВА представляет собой совокупность методов и алгоритмов, ориентированных на задачи восстановления многомерных отображений F по результатам наблюдений Z в условиях неопределенности. Некоторые, наиболее употребляемые математические технологии, используемые при разработке ВА, приведены на рис. 4.

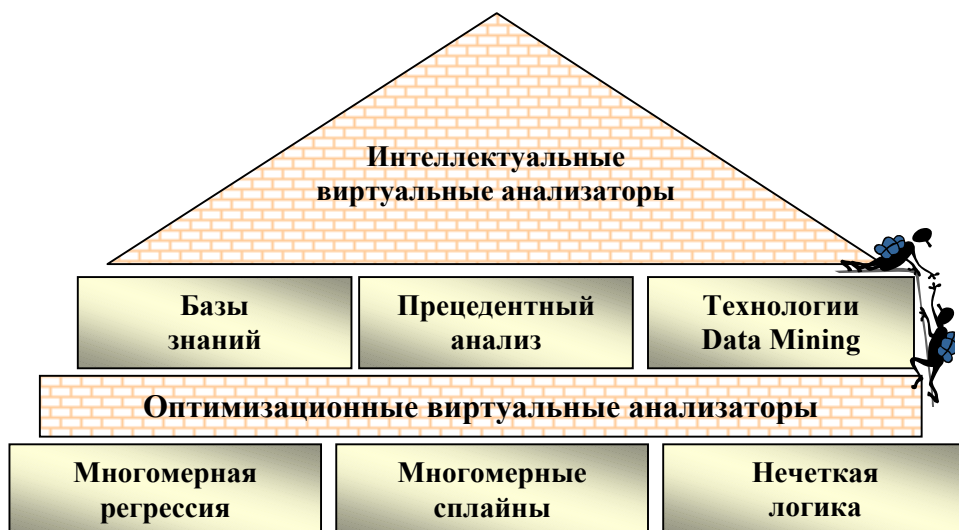


Рис.4. Математический инструментарий ВА

Заметим, что оптимизационные технологии синтеза ВА могут осуществляться достаточно широким классом математических методов, включающих в себя как традиционные статистические методы (многомерная регрессия, сплайны), так и относительно более новые инструментами работы с данными в условиях неопределенности. В частности, методы нечеткой логики позволяют выйти за пределы метрических систем обработки данных.

Дальнейшее развитие математического арсенала связано с методами искусственного интеллекта (базы знаний, прецедентный анализ, автоматизированные экспертные системы и др.) и ведет к созданию класса интеллектуальных ВА. Особенное внимание уделяется новейшим компьютерным технологиям, связанным с парадигмой интеллектуального анализа данных (или *Data Mining*), включающей в себя нейросетевые, генетические, эволюционные и другие методы исследований.

7. МАТРИЦА ВИРТУАЛЬНЫХ АНАЛИЗАТОРОВ

При разработке ВА крайне сложно заранее определить наиболее рациональную математическую платформу, обеспечивающую возможность синтеза эффективно функционирующей системы анализа ТП. Выбор математического ядра ВА связан с используемой измерительной аппаратурой, спецификой реализации ТП, его управлением, статистической и динамической структурами исходных данных, характером неопределенности и другими, заранее неизвестными факторами. В связи с этим целесообразно построить матрицу виртуальных анализаторов, элементами которой являются ВА типовых ТП, построенные на различных математических ядрах (рис. 5).

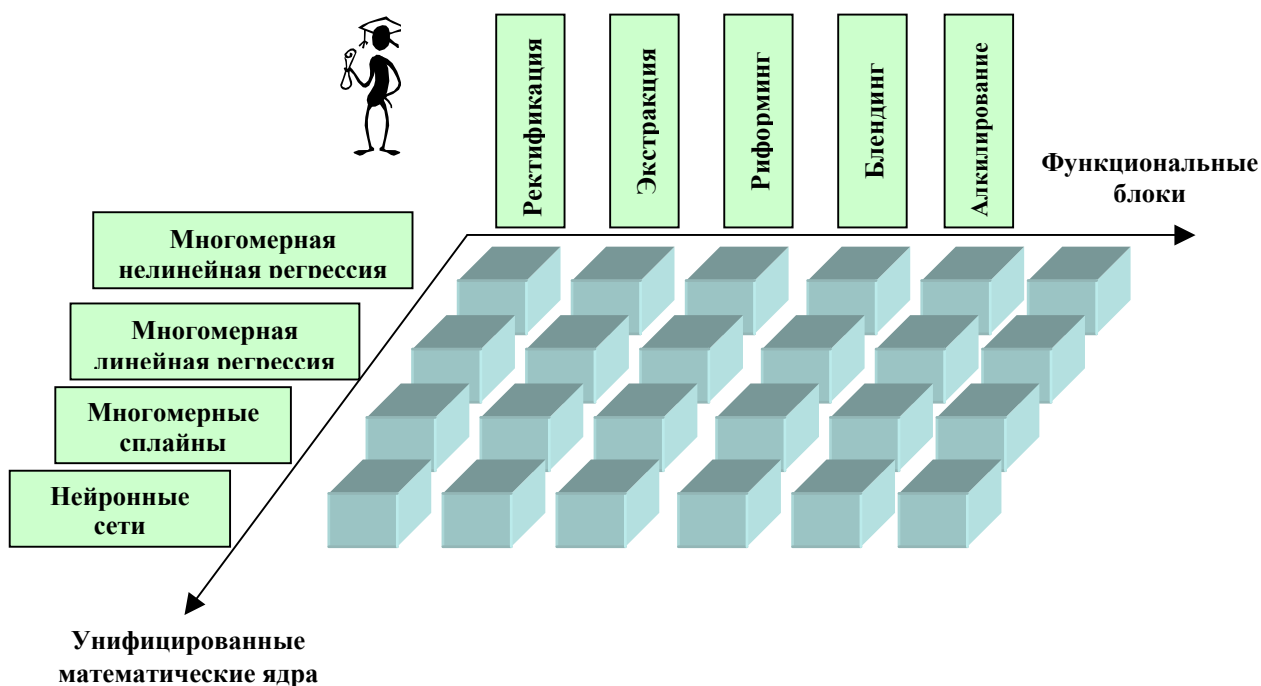


Рис. 5. Функциональная матрица виртуальных анализаторов

Заметим, что типовые ВА, входящие в матрицу, целесообразно строить для некоторого базового набора технологических процессов. Это связано с тем, что сложные ТП, как правило, состоят из набора повторяющихся для разных задач типовых процессов. В качестве примера можно указать ТП бензольного риформинга, состоящий из достаточно типичных для нефтепереработки процессов гидроочистки, риформинга, экстракции и ректификации.

8. DSS-МАТРИЦА

ВА существенно расширяют возможности мониторинга ТП. Однако это не всегда оказывается достаточным для оптимизации управления, т.к. требует реализации ряда дополнительных функций. Важнейших из них является поиск оптимального управления $Y^* = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}^*$, обеспечивающего достижение экстремального значения выбранного показателя качества $\Psi[U, X, Y] = \text{extr}\{Y\}$, при условии выполнения множества, в общем случае, нелинейных ограничений. Расширение функциональности ВА на задачи управления приводит к классу DSS-систем (систем поддержки принятия решений). При этом матрица ВА, представленная на рис. 6, преобразуется в трехмерную функциональную структуру (кубическую матрицу), элементами которой являются варианты построения DSS для различных критериев оптимальности и технологических процессов.

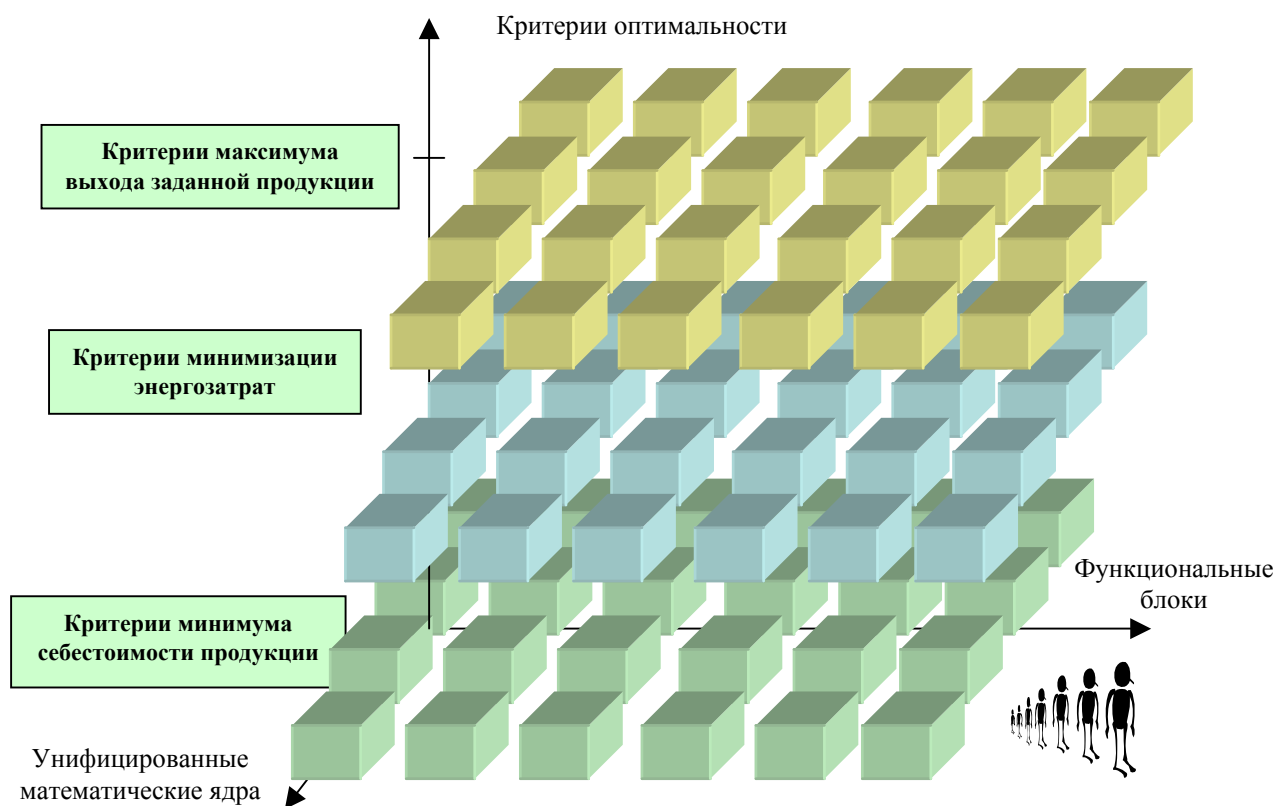


Рис. 6. Функциональная DSS-матрица

9. ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВИРТУАЛЬНОГО АНАЛИЗАТОРА ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ НЕНАБЛЮДАЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ ДИЗЕЛЬНОГО ТОПЛИВА

В процессе приготовления дизельного топлива качество выпускаемой товарной продукции оценивалось вектором физико-химических параметров $Q_j = \{q_i, i=1, \dots, m\}_j$, где j – номер сеанса компаундирования. В процессе смешения осуществляется наблюдение (с помощью лабораторных анализов и on-line анализаторами) лишь за частью параметров, т.е. ТП; $Q = Q_1 \cup Q_2$, причем $Q_1 \cap Q_2 = \emptyset$, где $Q_{1<1:q>}$ – множество наблюдаемых параметров, $Q_{2<1:r>}$ – множество ненаблюдаемых параметров, $r+q=m$.

Требуется восстановить средствами ВА значения ненаблюдаемых параметров $Q_2 = f(Q_1)$.

Решение задачи отыскивалось в рамках предположения о сохраняемости условий проведения сеансов компаундирования в течении период обучения ВА. Иными словами, временная последовательность сеансов $Q_{<n:m>} = \{q_{kj}\} = [Q_1, Q_2, \dots, Q_n]$ считается стационарной. Здесь q_{kj} – результат измерения j -го показателя в k -ом сеансе ТП.

В силу разнородности исходных данных, характеризующихся различной размерностью, целесообразно необходимо перейти к нормированным данным, т.е. $Q^0 = Q \cdot (S^0)^{-1}$, где $S_0 = \text{diag}\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ – диагональная матрица, составленная из среднеквадратических отклонений (ско) параметров топлива. Обратно, $Q = Q_0 \cdot S_0$.

Обучение ВА сводится к параметризации вектора математического ожидания и ковариационной матрицы $P_Q = \text{cov}\{Y_0\}$, структурированных в блочном виде, т.е. $E\{Q_0\} = [E_0^1; E_0^2]^T$,

$$P(X) = \begin{array}{|c|c|} \hline P_{11} & P_{12} \\ \hline P_{21} & P_{22} \\ \hline \end{array}, \quad \text{где } P_{11} = \text{cov}\{Q_0^1\}, P_{22} = \text{cov}\{Q_0^2\}, P_{12} = P_{21}^T = \text{cov}\{Q_0^1, Q_0^2\}.$$

Соответствующая плотность совместного распределения наблюдаемых и ненаблюдаемых параметров выпускаемой продукции может быть записана в виде [3]:

$$\begin{aligned} f(Q^0) &= \varphi(Q^0; E\{Q^0\}, P(Q)) = \\ &= \varphi(Q_0^1; E_0^1, P_{11}) \varphi(Q_0^2; E_0^2 + P_{21} P_{11}^{-1}(Q_0^1 - E_0^1), P_{22} - P_{21} P_{11}^{-1} P_{12}). \end{aligned}$$

Отсюда оценка вектора ненаблюдаемых параметров имеет вид

$$\tilde{x}_0^2 = E_0^2 + P_{21} P_{11}^{-1}(Q_0^1 - E_0^1).$$

Соответствующая ей ковариационная матрица определяется выражением

$$\text{Cov}(\tilde{x}_2^0) = P_{22} - P_{21} P_{11}^{-1} P_{12}.$$

Таким образом, алгоритм работы данного ВА состоит из двух стадий. На первой стадии осуществляется предварительная обработка данных и обучение ВА, на основании которых про-

изводятся оценки E_1^0, E_2^0, R_{12} . На второй стадии реализуется решение основной задачи – восстановление ненаблюдаемых параметров приготавливаемого топлива. При этом на каждом сеансе восстановления данных R_{12} перегруппируется: строки и столбцы, соответствующие наблюдаемым признакам, собираются в верхний левый угол матрицы, ненаблюдаемым – в нижний правый. Далее, в соответствии с приведенными уравнениями, вычисляются искомые оценки и их среднеквадратическое отклонение (*ско*). В заключение осуществляется обратный переход $Q = Q_0 \cdot S_0$ к исходным размерностям оцениваемых величин.

Для иллюстрации функционирования ВА рассмотрим числовой пример восстановления параметров дизельного топлива (разработку ВА и соответствующие расчеты осуществляли сотрудники Специальной инжиниринговой компании «Севзапмонтажавтоматика»). Оценка состояния топлива велась по 11 параметрам ДТ: фракционный состав, t^0 С вспышки, помутнения, застывания, кинематическая вязкость и др. В таблице приведены примеры *ско* отдельных параметров, в таблице 3 – оценки параметров ковариационной матрицы, полученные в процессе обучения ВА. Сравнение результатов восстановления искомых параметров с данными лабораторных анализов представлены в таблице 4.

Табл. 2. Ско параметров оценивания

Параметр	СКО
Нач. кипения ($^{\circ}$ С)	0.135
90% ($^{\circ}$ С)	0.595
Темп. помутнения	1.057
Кинематическая вязкость	0.867
Пред. t^0 С фильтруемости	1.073



Табл. 4. Результаты оценивания

	Анализ	Оценка
1	73	75.13
2	5.20	5.28
3	-8	-7.7
4	-16	-14.7
5	-8	-7.63
6	0.044	0.0452
7	206	202.8
8	229	231.28
9	267	266,7
10	329	329.05
11	350	-

Табл. 3. Корреляционная матрица данных эксперимента

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1.00	0.81	0.55	0.64	0.55	-0.08	0.81	0.82	0.31	0.51	0.29
2	0.81	1.00	0.88	0.76	0.88	0.20	0.78	0.95	0.44	0.83	0.62
3	0.55	0.88	1.00	0.62	0.99	0.30	0.67	0.81	0.42	0.87	0.81
4	0.64	0.76	0.62	1.00	0.62	0.02	0.62	0.71	0.06	0.69	0.48
5	0.55	0.88	0.99	0.62	1.00	0.30	0.67	0.82	0.42	0.87	0.81
6	-0.09	0.21	0.31	0.03	0.31	1.00	0.05	0.10	0.22	0.39	0.41
7	0.82	0.78	0.68	0.62	0.68	0.05	1.00	0.86	0.21	0.67	0.53
8	0.83	0.95	0.82	0.71	0.82	0.10	0.86	1.00	0.44	0.82	0.64
9	0.32	0.44	0.43	0.06	0.43	0.22	0.21	0.44	1.00	0.34	0.30
10	0.51	0.83	0.87	0.69	0.87	0.39	0.67	0.82	0.34	1.00	0.30
11	0.29	0.63	0.81	0.48	0.81	0.41	0.53	0.64	0.30	0.30	1.00

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Технология виртуальных анализаторов представляет собой одно из актуальных и быстро развиваемых направлений промышленных high tech. В той или иной форме, большинство крупнейших фирм, специализирующихся в области промышленной автоматизации (Honeywell, Aspin Tech, Siemens и др.), представляют свои разработки в этой области на рынке АСУ. Очевидные достоинства ВА делают их одной из наиболее эффективной форм инвестиций в развитие производства. Тем не менее, принятию решения о приобретении и развертыванию ВА дол-

жен всегда предшествовать тщательный анализ требований со стороны ВА к объему и качеству исходной (обучающей) измерительной информации. Если указанных данных (формируемых традиционными инструментальными средствами) окажется недостаточно, то, как говорил король Лир, «из ничего и выйдет ничего».

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гершберг А. Ф., Мусаев А. А., Нозик А. А., Шерстюк Ю. М.. Концептуальные основы информационной интеграции АСУ ТП нефтеперерабатывающего предприятия. – СПб: Альянс-строй, 2003. – 128с.

2. Мусаев А. А., Шерстюк Ю. М. Архитектурные и технологические аспекты создания аналитических информационных систем // В сб.: Труды Международной НТК ММТТ-2000, т.4. – СПб., 2000. – С.31-33.

3. Прикладная статистика. Исследование зависимостей // Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Под ред. С. А. Айвазяна. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 488 с.