Рябинин И.А.

Платон Сергеевич Порецкий (1846-1907) – первооткрыватель логико-вероятностного анализа

127 лет тому назад, а именно 25 октября 1886 года, Платон Сергеевич прочитал свое Сообщение [1], которое свидетельствует о рождении нового математического направления – логико-вероятностного анализа (ЛВА).

Долгое время я искал документальные свидетельства о научном вкладе выдающихся ученых в основание логико-вероятностного исчисления.

К 2007 году удалось обнаружить и опубликовать:

титульный лист первого издания 1854 года книги Дж.Буля «Исследования законов мышления, на которых основаны математические теории логики и вероятностей»;

Сообщения харьковского математического общества, Том XV, 1917г., об «Опыте аксиоматического обоснования теории вероятностей» С.Н.Берштейном;

Курс теории вероятностей – 1939 и титульный лист работы В.И.Гливенко о «Событиях как элементах структуры и событиях как множествах».

Все это было опубликовано в монографии [7,с.256-275] в виде Приложения 4, против которого возражали сотрудники издательства из-за моей «порчи» текстов обводами, подчеркиваниями и прочими вольностями, не принятыми в их практике. Претензии были даже к портретам, которые приходилось заменять.

И вот только в 2013г. я мог бы привести главное документальное доказательство научного вклада Платона Сергеевича Порецкого в науку о логико-вероятностном исчислении в виде Собрания протоколов [1], правда без молодого (в возрасте 40 лет) портрета автора, известного больше не как астронома, а как первого русского логика, которая для него была «хобби».

В §1 Сообщения [1] он ставит философский вопрос: возможно ли приложение учения о качественных символах (логических классах) к учению о символах количественных (вероятностных)?

И отвечает: возможно.

Этот вопрос до сих пор ставит в тупик некоторых математиков [2,3]. Так профессор Голота Я.Я. считает «Алгебра логики высказываний исходит из полной определённости объектов изучения. Теория же вероятностей предполагает неопределённость в совершении событий. Таким образом, в одной теории объединяются отрицающие друг друга начала: полная определённость и неопределённость. Не говорит ли это об очевидном противоречии, лежащем в основе логико-вероятностной теории?».

Другой ученый доктор технических наук Соколюк В.Н. в работе [3, с.103], рассуждая об адекватности логики мировоззренческим принципам, пишет… «Если придерживаться теории вероятностей и алгебры логики в том виде, в каком они сложились на сегодня, то следует признать, что абсурдно говорить об «истинности событий» и о «вероятности высказываний», поскольку истинность – характеристика высказываний, но не событий, а вероятность – характеристика событий, но не высказываний. Каждое высказывание феноменально. Бессмысленно говорить об их массовости в теоретико-вероятностном смысле, хотя многие «ученые» даже пишут книги и создают теории, которые ведут в никуда [5]».

И только С.Н.Берштейн не испугался формальной разницы между качественными и количественными символами, и ровно через 30 лет разработал первую (по времени) аксиоматику логики высказываний для аксиоматизации теории вероятностей [4]. Думаю, что Сергей Натанович был знаком с работой П.С.Порецкого [1], который в 1870 году окончил физико-математический факультет Харьковского университета, в котором с 1907 по 1933 г. преподавал и С.Н.Берштейн.

Невостребованность практикой (первой половиной XX столетия) привела к забвению выдающихся математических результатов Порецкого П.С. и Берштейна С.Н. Этому способствовали и трудности в добыче их публикаций. Ссылаясь на работу [1] только по ее названию в книгах [5,6,7], как на начало развития логико-вероятностного метода, я все же тогда не отождествлял Порецкого П.С. с первооткрывателем логико-вероятностного анализа.

Так на с.3 [1] дано первое определение ЛВА…«Отсюда открывается общий путь для определения вероятностей: найти логическую связь между событиями, которого вероятность ищется, и другими событиями, вероятности которых даны, а затем сделать ***переход*** от логического равенства между событиями к алгебраическому равенству между их вероятностями».

Изюминка этого определения кроется в выделенном автором слове «*переход*». Отсюда начинается описание главного результата автора. Для возможности пользоваться правилом несовместности необходимо уметь каждый логический многочлен

$$A \vee B \vee C \vee D \vee \ldots$$

приводить к *дисъюнктному* (по современному – ортогональному) виду, т.е. к виду

$$A \vee \bar{A} B \vee \bar{A}\bar{B} C \vee \bar{A}\bar{B}\bar{C} D \vee \ldots,$$

где $\bar{A}$ есть отрицание A, $\bar{B}$ - отрицание B и т.д.

Здесь я привел современные правила обозначения логических сумм $\vee$ и отрицаний $\bar{A}$ (у П.С.Порецкого «+» и *Ao* соответсвенно).

Оба многочлена логически равнозначны, но отличаются тем, что к первому из них не применимо предыдущее правило, тогда как к второму применимо.

Вероятность

$$P(A \vee B \vee C \vee D),$$

будучи приведена к *дисъюнктному* виду, разбивается на сумму вероятностей

$$P(A) + P(\bar{A} B) + P(\bar{A}\bar{B} C) + P(\bar{A}\bar{B}\bar{C} D).$$

Из теории вероятностей известно, если два и более события суть независимы, то вероятность их совпадения равна произведению их отдельных вероятностей. Это значит, что если *a,b,c* … - суть простые события, не связанные между собою никакими логическим отношениями, то

$$P(abc\ldots)= P(a)P(b)P(c)\ldots$$

и
$$P(A) + P(\bar{A})P(B) + P(\bar{A})P(\bar{B})P(C) + \ldots$$

На стр.7 в качестве примера представлен современный алгоритм ортогонализации для дизъюнкции

$$ab \vee cd.$$

1) Производится внешняя ортогонализация

$$ab \vee \overline{ab}\,cd.$$

2) Затем отрицание $\overline{ab}$ по закону де Моргана преобразуется в дизъюнкцию двух отрицаний

$$\overline{ab} = \bar{a} \vee \bar{b}\ .$$

3) Производится внутренняя ортогонализация

$$\bar{a} \vee \bar{b} = \bar{a} \vee a\bar{b}\ .$$

4) Объединяются все три операции

$$ab \vee cd = ab \vee \overline{ab}\,cd = ab \vee (\bar{a} \vee \bar{b})cd =$$

$$= ab \vee (\bar{a} \vee a\bar{b})cd = ab \vee \bar{a}cd \vee a\bar{b}cd\ .$$

Последнее выражение есть ортогональная дизъюнктивная нормальная форма (ОДНФ), которая позволяет вычислить вероятность

$$P(av \vee cd) = P(ab) + P(\bar{a}cd) + P(a\bar{b}cd)\ .$$

Таким образом, именно Порецкий П.С. в 1886 году открыл строгий математический метод вычисления вероятности сложного события через вероятности простых событий, т.е. метод, который в 1963 году получил название логико-вероятностного метода (ЛВМ) [9].

Под ЛВМ в работе [10] я писал…«понимаются методы, в которых конечная вероятность истинности функции алгебры логики $P\{y(x_1,..., x_i,..., x_n) = 1\}$ определяется путем замещения логических переменных x_i вероятностями их истинности $P\{y(x_i) = 1\} = R_{x_i}$ и логических операций (конъюнкции $\wedge$, дизъюнкции $\vee$, отрицания $\neg$) арифметическими операциями (умножения $\cdot$, сложения $+$, вычитания $-$)».

Здесь уместно вспомнить о роли Джорджа Буля (1815-1864) в истории ЛВА. В книгах [6,7] я писал, что … «он заложил основы математической логики, а в неопубликованной при его жизни работе ”Of propositions numerically definite» он даже упоминает о возможности использования вероятностных оценок в логических построениях”.

Свое решение общей задачи теории вероятностей с помощью математической логики Порецкий П.С. не считал излишним. В сноске он упомянутую работу Буля знал, но саму идею о переходе от логических равенств к алгебраическим считал разработанной Булем неудачно.

Главной целью статьи [1] является, как писал Платон Сергеевич …»-дать научную форму глубокой, но смутной и бездоказательной идеи Буля о применимости математической логики к теории вероятностей».

Спасибо «чистому» математику Порецкому П.С. за признание «глубокой идеи Буля», не имевшего специального математического образования, но заложившего основы математической логики.

Глубокие идеи Буля о расширении формализма алгебры логики на вероятности в 1956 году способствовали появлению работы французского математика N.Rouche [8], в которой он указывает, как нужно изменить совершенную дизъюнктивную нормальную форму (СДНФ), чтобы вместо логических переменных можно было подставить вероятности их осуществления и таким образом получить вероятность осуществления сложного высказывания.

Вторичное независимое открытие алгоритма ортогонализации произошло в 1963 году в Институте математики (Новосибирск) в отделении Вычислительной техники специалистом по счетно-решающим приборам и устройствам Мерекиным Юрием Владимировичем. В это время задача о вероятности вычисления обращения в единицу булевой функции (N.Rouche) уже считалась тривиальным решением. Для решения прикладных задач применение СДНФ считалось нерациональным из-за большого числа дизъюнктивных членов. Возникла необходимость построения «короткой» ортогональной формы, которая и была получена в 1963 году [9]. Но мой вопрос Ю.В.Мерекину в апреле 2011 года о Порецком П.С., 03.05.2011 был получен такой ответ:…»Работа П.С.Порецкого 1887 года мною не использовалась».

Третье независимое открытие ортогонализации произошло в 1973 году итальянцами Luidge Fratta и Ugo Montanari [11] с помощью карт Карно и понятия Disjoint Products – несовместных произведений

$$\mathrm{D}P = P_i \,\&\, P_j = 0.$$

Эволюцию идей математической логики нельзя представить в виде восходящей кривой. Периоды расцвета зачастую сменяются моментами регрессии и частичного упадка.

В связи с критикой ЛВА Я.Я.Голотой [2] и Соколюком В.Н. [3] полезно вспомнить критику московского логика и математика Б.М.Кояловича [12, стр.417], который огонь своей критики направлял против практической неэффективности алгебры логики, которая, как ему казалось, была принципиально не способна давать плодотворные внелогические приложения.

Переводчик на русский язык книги Л.Кутюра «Алгебра логики» профессор И.В.Слешинский, отвечая Кояловичу, смог лишь указать на работу Порецкого «Решение общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики», заметив, что Порецкий несколько рационализировал и развил Буля в этом вопросе.

Тогда Коялович сослался на то обстоятельство, что ни в одном из крупных современных ему трактатов по теории вероятностей (и среди них в монографии русского академика А.А.Маркова) нет никакого упоминания о существовании какой-либо связи этой научной дисциплины с алгеброй логики.

Однако в 1910 году физик Пауль Эренфест первым предложил использовать математическую логику в технике. Он писал: »Символическая формулировка даст возможность «вычислять» следствия из таких сложных посылок, в которых при словесном изложении почти или совершенно невозможно разобраться». В качестве примера он приводил схемы проводов автоматической телефонной станции.

10 августа 1907 года умер П.С.Порецкий, имя которого более известно за границей, чем на его родине, писал в некрологе И.Слешинский.

В этом смысле странной кажется ссылка Малюгина В.Д. в его работе [13] на Порецкого П.С. под номером [2], где переход от ФАЛ к ВФ осуществлен только для функции в СДНФ (как у N.Rouche), когда на этой же странице упомянуты и ОДНФ Мерекина Ю.В. Может быть, Владимир Дмитриевич с работой Порецкого П.С. [1] был знаком как и я только по названию, а посему и не заметил у него ортогонализации.

Б л а г о д а р н о с т и

Большое спасибо моему коллеге Струкову Александру Владимировичу, который потратил много энергии и времени в поиске работы П.С.Порецкого [1], на которую многие ссылались, не читая ее.

Благодарю профессора Хованова Николая Васильевича, который рекомендовал обратиться к профессору Бажанову Валентину Александровичу, как большому знатоку наследия П.С.Порецкого.

Валентин Александрович оперативно сообщил Струкову А.В. электронный адрес библиотеки Казанского университета, в которой он читал и конспектировал работу [1].

Особую благодарность выражаю сотрудникам научной библиотеки им. Н.И.Лобачевского Казанского (Приволжского) Федерального Университета и Библиотеки Российской академии наук (Санкт-Петербург), чье внимательное и доброжелательное отношение позволили в кратчайшее (для нашего времени) оформить заявку и доставить по почте бумажную копию работы П.С.Порецкого.

Кроме того следует с благодарностью отметить руководство компании ОАО «СПИК СЗМА» (Санкт-Петербург), которое сумело в это непростое время обеспечить необходимые условия для работы сотрудников исследовательского отдела, усилиями которых была обеспечена информационная поддержка в работе над данной статьей Порецкого П.С..

Литература

1. Порецкий П.С. Решение общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики.- Собрание протоколов 60-го заседания секции физико-математических наук общества естествоиспытателей при Казанском университете, Казань, 1886,с.1-34.
Труды Казанской секции физ.мат.наук. Серия 1., 1887, т.5, с.83-116.
2. Голота Я.Я. О двух «вычислительных вольностях», огорчающих логика//http://www.inftach.webservis.ru/it/conference/scm/2000/session 4/golota 2.html.
3. Соколюк В.Н. Парадокс современного бытия//Филосовский век, Альманах 7, Между физикой и метафизикой: наука и философия, Санкт-Петербург, 1998, с.100-107.
4. Бернштейн С.Н. Опыт аксиоматического обоснования теории вероятностей// Сообщения Харьковского Математического общества, вторая серия, том XV, 1917, с.209-274.
5. Рябинин И.А., Черкесов Г.Н. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем. М.: Радио и связь, 1981,-264с.
6. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. СПб.: Политехника. 2000,-248с.
7. Рябинин И.А. Надежность и безотказность структурно-сложных систем. СПб.: Изд-во С.-Петерб. Ун-та, 2007,-276 с. Второе издание.
8. Rouche N. Extension aux probabilities du formalisme de f'algebre logique//Revue HF, 1956, N5 (Руш Н. "Расширение формализма алгебры логики на вероятности").
9. Мерекин Ю.В. Решение задач вероятностного расчета однотактных схем методом ортогонализации // Вычислительные системы. 1963. Вып.4.
10. Рябинин И.А. Логико-вероятностный анализ проблем надежности и безопасности.//Saarbrücken, Deutschland, 2012, Palmariun, Academic Publishing, 263pp.
11. L.Fratta, U.G.Montanari, "A Boolean Algebra Method for Computing the Terminal Reliability in a Communication Network," IEEE Trans. Circuit Theory, vol CT-20, 1973 May, pp 203-211.
12. Стяжкин Н.И.Формирование математической логики. М.: «Наука» , 1967, 508с.
13. Малюгин В.Д.Один метод расчета надежности однотактных схем// Сборник трудов Института математики СО АН СССР, Выпуск 13, 1964, с.33-44.