УДК 621.396

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ НАДЕЖНОСТИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

А. А. Нозик, А. А. Мусаев
ОАО «СПИК «СЕВЗАПМОНТАЖАВТОМАТИКА»

Рассматривается проблема построения математической платформы, лежащей в основе процессов компьютерного моделирования задач оптимизации надежности автоматизированных систем управления. В качестве основы для построения указанной платформы используется сочетание системного анализа, теории динамических систем и концепции пространства состояний.

Предположим, что сложный, многопараметрический технологический или производственный процесс G управляется средствами автоматизированной системы управления (АСУ). При этом сам *технологический процесс* (ТП), совместно с изменяющейся производственной ситуацией, формирует среду погружения M (*media*). Очевидно, что качество управления ТП существенно зависит от надежности функционирования управляющей системы: наличие неисправностей, сбоев и отказов в АСУ оказывает очевидное влияние на эффективность производства.

Необходимость в реализации устойчивого управления ТП предполагает наличие оперативного анализа информации о текущей ситуации S_k, отражающей техническое состояние, как самой системы управления, так и среды ее взаимодействия. Принципиальным положением данной работы является тот достаточно очевидный факт, что изменения текущего состояния системы управления или параметров ее динамики (как и любой другой реально функционирующей системы) неизбежно сказываются на изменениях в показателях надежности. Отсюда непосредственно вытекает возможность определения текущей надежности системы на основе результатов анализа текущей контрольно-диагностической информации, позволяющей решить задачу оценки параметров вектора состояния АСУ. Однако, показатели текущего состояния, сами по себе, еще не дают представления о надежности системы: они лишь отражают исправность или работоспособность системы на данный момент времени. Возникает необходимость в создании специализированного программно-алгоритмического комплекса, обеспечивающего текущий контроль надежностных характеристик АСУ, их прогнозирование и подготовку соответствующих оптимизированных управляющих решений.

Рассмотрим формализованную постановку оценки и управления функциональной надежностью АСУ исходя из результатов анализа ее текущего состояния и некоторого объема ретроспективных данных, отражающих эволюции ее состояния в прошлом. Наличие ретроспективных данных является принципиальным требованием с точки зрения необходимости формирования динамического анализа к развитию эксплуатационной ситуации.

Функциональная схема взаимодействия АСУ и предполагаемой системы управления функциональной надежностью представлена на рис. 1.

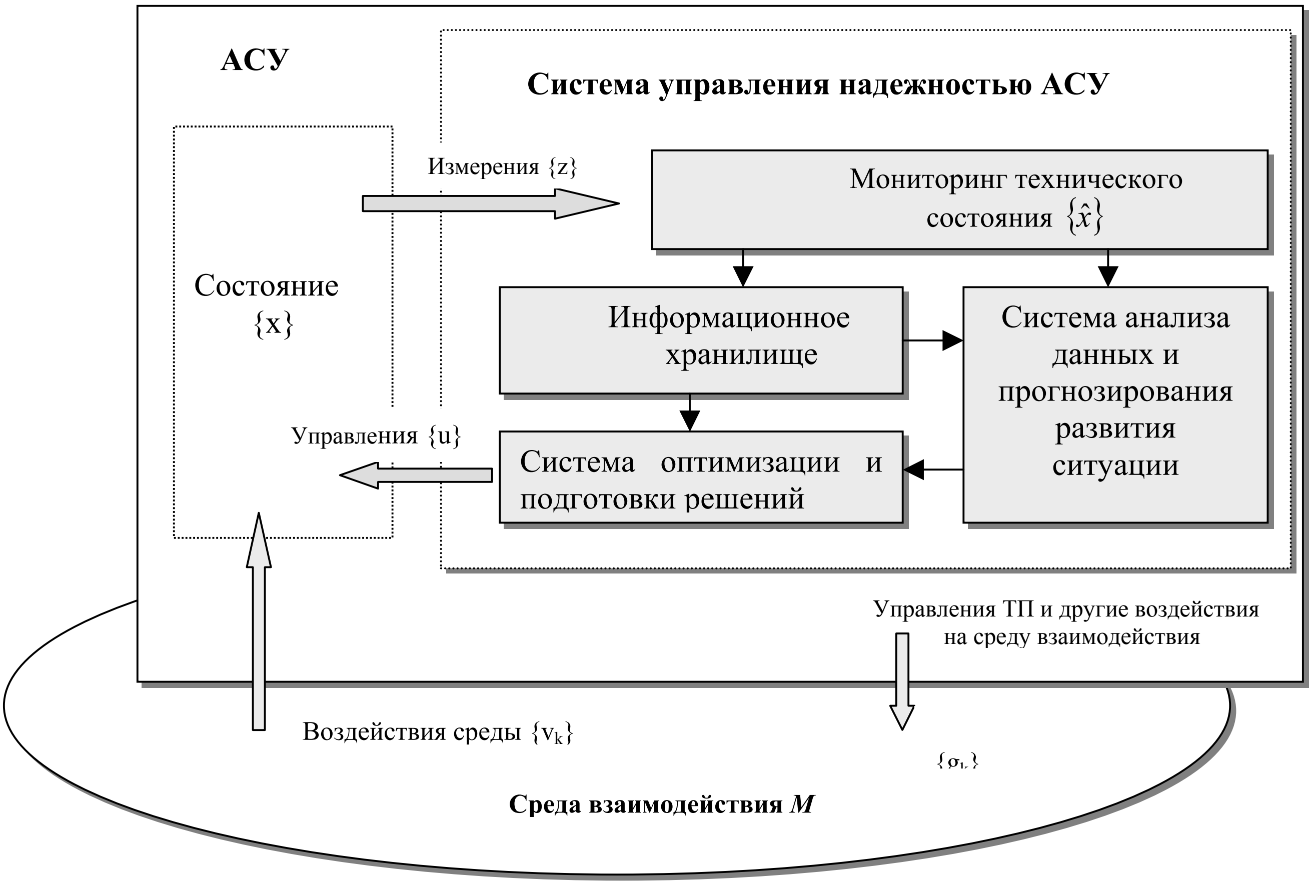

Рис. 1. Функциональная схема взаимодействия АСУ и предполагаемой системы управления функциональной надежностью

В качестве математической основы формализованной постановки указанной задачи будем использовать калмановскую концепцию пространства состояний [9].

Предположим, что в заданный момент времени t_k, k=1,…, N техническое состояние АСУ описывается фазовым вектором (или вектором состояния) $x_k = \{x_{ik}, i=1,..., m\}$. При решении статической задачи оценивания параметров надежности системы управления $q_k = \{q_{jk}, j=1,..., N\}$ информация о значение вектора состояния является достаточной для их определения. Соответствующие методики расчета в принципе соответствуют известным алгоритмам расчета надежности систем на этапе проектирования и достаточно подробно изложены в литературе [3, 5, 7 и др.]. В случае решения динамической задачи оценки надежности, наиболее характерной для задач эксплуатации АСУ, методика расчета существенно усложняется.

Для решения задач подобного класса необходимо учитывать, что вектор состояния АСУ эволюционирует во времени, причем динамика временного перехода от одного состояния к другому, в общем случае, описывается некоторой нелинейной моделью

$$x_{k+1}=\varphi(x_k, \zeta_k), \quad (1)$$

где ζ_k – стохастическая компонента перехода, называемая «шумами системы».

В простейшем случае шумы системы описываются стационарным гауссовским процессом с заданными параметрами положения E_ζ и рассеянья σ_ζ^2:

$$\zeta_k \in N\{E_\zeta, \sigma_\zeta^2\}/]. \quad (2)$$

В случае, если контролируемый процесс эволюции состояния достаточно инерционен, то имеется возможность линеаризовать выражение (1) путем традиционного разложения φ в ряд Тейлора в окрестности номинальных значений параметров вектора x и отбрасывания членов высших порядков малости [6, 10]. Соответствующая линеаризованная модель с аддитивными шумами системы имеет вид

$$x_{k+1}=\Phi_{k+1/k}\, x_{k+}\, \zeta_k, \quad (3)$$

где $\Phi_{k+1/k}$ – переходная матрица.

Процесс изменения состояния происходит как под воздействием внутренних процессов, протекающих в АСУ (старения, изнашивания, разрегулирования), так и в результате ее взаимодействия с некоторой средой взаимодействия M (*media*). Среда M в общем случае, сама является динамической и стохастической, множество ее состояний, как правило, является континуумом. Однако в процессе ее взаимодействия с АСУ, множество состояний среды обычно допускает описание в виде конечной временной дискретной последовательности $\{\omega_{pk}, p=1,\dots, P_M, \quad k=1,..., N\}$. Изменения состояния среды взаимодействия приводят к возникновению внешних воздействий, прямо или косвенных влияющих на вектор состояния АСУ x_k, а значит и на характеристики ее функциональной надежности $q_k=\{q_{kr}, r=1,\dots,r_0, \quad k=1,..., N\}$.

Внешние воздействия можно разделить на две группы:

- управляющие воздействия $u_k \in U, \quad k=1,..., N$, где $U=\{u\}$ - множество допустимых управляющих решений, позволяющих стабилизировать или повысить функциональную надежность АСУ;
- возмущающие воздействия $v_k, \quad k=1,..., N$, представляющие собой как технологические управляющие решения, так и результат влияния объективно существующих факторов окружающей среды. При этом некоторые из этих факторов могут быть ненаблюдаемыми или частично наблюдаемыми.

Векторная совокупность текущего состояния системы x_k, состояния среды ω_k, возмущающих v_k и управляющих u_k воздействий образуют в совокупности модель текущей ситуации $S_k=\{x_k, \omega_k, v_k, u_k\}$. В случае, когда состояние среды ω_k однозначно определяет характер возмущающих воздействий v_k, модель текущей ситуации может быть ограничена тремя векторами $S_k=\{x_k, v_k, u_k\}$. Полное или частичное знание текущей ситуации S_k теоретически позволяет оценить характеристики надежности системы управления q_k на текущий момент времени. Однако для определения динамических характеристик нужно дополнительно знать предысторию развития ситуации $S_{k,\ k-h}=\{\omega_{k,k-h}, x_{k,k-h}, v_{k,k-h}\}$, позволяющую идентифицировать исследуемые процессы эволюции состояния систем. Вопрос о выборе глубины ретроспективы h, необходимой для формирования качественного прогноза надежности АСУ определяется динамическими свойствами среды.

Знание текущих q_k и прогнозируемых q_{k+l} характеристик надежности системы управления позволяет сформировать множество допустимых управляющих воздействий $U=\{u\}$, позволяющих повысить функциональную надежность АСУ. При этом $u_k \in U$ представляет собой текущее управляющее воздействие, сформированное на основе анализа текущей ситуации S_k и прогноза ее развития t_{k+l}-й момент времени.

Оптимизационные задачи предполагают нахождения совокупности управляющих воздействий $u_{k+1}^{*},\dots u_{k+l}^{*} \in U$, обеспечивающих максимальное значение показателей надежности $q_{k+l}^{*}=\max$ на заданный момент времени t_{k+l} при условии выполнения некоторого набора функциональных или экономических ограничений.

В общем случае, реализация сформированных решений в виде последовательности управляющих воздействий $u_{k+1,\dots}\ u_{k+l}$ приводит к реакции управляемой системы, которая проявляется:

- в переходе АСУ из состояния x_k с показателем надежности q_k в состояние x_{k+l} с показателем надежности q_{k+l};
- в изменениях выходных управляющих воздействий $g_{k+1},\dots, g_{k+l}$, влияющих на эффективность ТП.

В конечном итоге технологический процесс G под воздействием управлений $g_{k+1},\dots, g_{k+l}$ переходит из состояния x_1 в состояние x_N, в результате чего формируется положительный эффект $Э_N$ (функциональный или экономический, т.е. соотнесенный с затратами). Заметим, что положительный эффект может носить накопительный характер, когда окончательный эффект является суммой положительных эффектов на каждом шаге $Э_N = \sum_{k=1}^{N} Э_k$, либо терминальный характер, когда окончательный результат $Э_N$ достигается лишь на последнем шаге управления.

В контексте настоящей работы, предполагается, что АСУ, при условии ее исправности и соблюдении надлежащей технологии, уже ориентирована на достижение наибольшего (оптимального) положительного эффекта $Э_N^*$. Наличие отказов и сбоев в работе, обусловленных снижении показателей надежности q_k, приводит к снижению положительного эффекта ТП терминального типа до уровня $Э_N<Э_N^*$. В этом случае задача системы управления надежности состоит в формировании оптимальной последовательности управляющих воздействий

$$u_{k,N}^{*} = \{u_{k+1}^{*}, \ldots , u_N^{*} \in U\}, \qquad (4)$$

такой что

$$\Delta\, Э_N = Э_N^* - Э_N = \min. \qquad (5)$$

Заметим, что при такой постановке оптимизационной задачи, в соответствии с общими принципами системного анализа [2, 4], эффект, достигаемый на каждом конкретном шаге, может не быть наибольшим: важно, чтобы максимум эффективности достигался в конце управления, при k=N, т.е. в момент достижения терминальной цели.

Как правило, необходимость управления надежностью в течение всего оставшегося технологического цикла (t_k, t_N) является не только ненужной, но и нежелательной. Вполне естественно скорректировать показатели надежности АСУ за какой-то более короткий интервал времени (t_k, t_{k+l}), где k+l<N. Более того, для большинства практических задач желательно скорректировать (восстановить до требуемого уровня) показатели надежности за минимальное время $l=l_{min}$.

Для описанной ситуации задача оптимального управления функциональной надежностью сводится к нахождению оптимальной последовательности управляющих воздействий

$$u_{k,l}^{*} = \{u_{k+1}^{*}, \ldots , u_{k+l}^{*} \in U\}, \qquad (6)$$

такой что $$\Delta Э_{k+l} = Э_{k+l}^* - Э_{k+l} = \min. \qquad (7)$$

В случае, когда качество решения задачи определяется на основе эффективности результирующего, в данном случае, технологического процесса дополнительных условий на время восстановления надежности (например, l=min) обычно не требуется. Более того, они могут ухудшать качество решения задачи.

Оптимизационные постановки (4…7) обладают наиболее высоким уровнем общности, и отвечающие им решения (при выполнении условия их существования) обеспечивают требуемое решение по управлению функциональной надежностью. Однако сформировать отвечающие им процедуры крайне сложно в силу неоднозначности конструктивной идентификации необходимых зависимостей Э=Э(u). Выход из создавшегося положения может быть получен исходя из специфики решаемой задачи, заключающейся в том, что функциональная эффективность АСУ монотонно зависит от степени ее надежности (рис. 2).

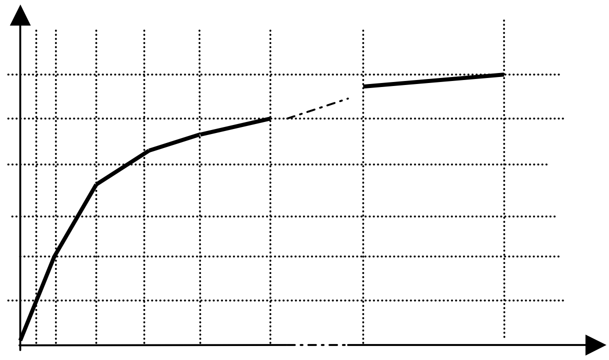

Рис. 2. Функциональная эффективность АСУ

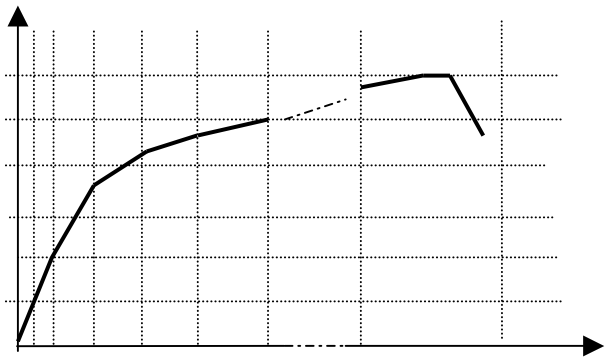

Рис. 3.Функциональная эффективность АСУ

Наличие монотонности зависимости Э=Э(q) позволяет свести оптимизационную задачу (6 …7) к нахождению управляющих воздействий

$$u_{k,l}^{*} = \{u_{k+1}^{*}, \dots , u_{k+l}^{*} \in U\},$$

таких что

$$\Delta q_{k+l} = q_{k+l}^{*} - q_{k+l} = \min, \qquad (8)$$

т.е. решать поставленную задачу непосредственно в терминах показателей надежности АСУ. Дальнейшее упрощение данной задачи сводится к тому, что условие (8) не является необходимым. Более того, само понятие максимальной надежности противоречит требованиям экономической эффективности $Э_э$. Увеличение надежности системы управления свыше некоторого предела, как видно из рис. 2., практически не повышает уровень функциональной надежности $Э_ф$, и то же время, в силу дороговизны операций по повышению надежности, снижает экономическую эффективность $Э_э$ управления (рис. 3).

Таким образом, ограничение (8) следует заменить более «мягким» требованием

$q_{k+l} \in [q^{0}+\varepsilon, q^{0}-\varepsilon]$ где q^{0} – номинальные (паспортные) значения надежности АСУ.

Таким образом, общая оптимизационная задача обеспечения максимальной эффективности функционирования АСУ с точки зрения управления ее надежностью через параметры состояния свелась к задаче стабилизации показателей надежности в окрестности их паспортных данных. Указанное упрощение позволяет реализовать конструктивное управление, однако привносит в решение и свои проблемы. В частности, при таком подходе вопрос о минимизации времени управления вновь становится актуальным. Кроме того, следует указать, что выбор доверительного интервала в реальных ситуациях также усложняется. В частности, в некоторых ситуациях снижение надежности АСУ ниже номинального значения оказывается недопустимым. В этом случае, необходимо использовать асимметричный доверительный интервал вида $[q^0, q^0+\varepsilon]$.

Выбор доверительного интервала основывается на общих принципах интервального оценивания [1, 8].

Заключение. В настоящей работе рассмотрена формализованная постановка задачи формирования управления надежностью через параметры состояния АСУ в интересах обеспечения наибольшей эффективности ее функционирования. Однако решение этой задачи является комплексным и требует, в свою очередь, постановки и решения оптимизационных задач наблюдения (оценки состояния), идентификации динамических характеристик и прогнозирования состояния АСУ.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Болшев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. - М.: Наука, 1965.- 464с.
2. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления// Пер. с англ. под ред. А.М. Летова. - М.: Мир, 1972. - 544с.
3. Вентцель Е.С. Исследование операций. - М.: Сов. радио, 1972. - 551с.
4. Глазунов Л.П., Грабовецкий В.П., Щербаков О.В. Основы теории надежности автоматических систем управления. - Л.: Энергоатомиздат, 1984.
5. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. - М.: Наука, 1965. - 524с.
6. Гноенский Л.С., Каменский Г.А., Эльсгольц Л.Э. Математические основы теории управляемых систем. – М.: Наука, 1969. – 512с.
7. Голинкевич Т.А. Прикладная теория надежности: учебник. – М.: Высшая школа, 1985. – 168с.
8. Городецкий В.И., Дмитриев А.К., Марков В.М. и др. Элементы теории испытаний и контроля технических систем /Под ред. Р.М. Юсупова. - М.: Энергия, 1978. - 191 с.
9. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем//Пер. с англ. под ред. Я.З. Цыпкина. - М.: Мир, 1971. - 400с.

10. Летов А.М. Устойчивость нелинейных регулируемых систем. – М.: ГИФМЛ, 1962. – 484с.