А.С. МОЖАЕВ

ОБЩИЙ ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Ленинград
1988

СОДЕРЖАНИЕ

АББРЕВИАТУРА:

АРМ – автоматизированное рабочее место;

АС – автоматизированная система;

АСУ – автоматизированная система управления;

АСУ ТП – автоматизированная система управления технологическим процессом;

ВФ - вероятностная функция;

КПУФ - кратчайший путь успешного функционирования;

КТС - комплекс технических средств;

ЛВМ - логико-вероятностный метод;

ЛКЦ - логический критерий целостности;

МСО - минимальное сечение отказов;

ПАЗ - противоаварийная автоматическая защита;

ПН - показатель надежности;

ПО - программное обеспечение;

ПОН - программа обеспечения надежности;

ПТК - программно-технический комплекс;

СКУ - система контроля и управления;

ССНТ - система стандартов «Надежность в технике»;

СФЦ - схема функциональной целостности;

ТЗ - техническое задание (ТЗ);

ТО - техническое обслуживание;

ТП - технологический процесс;

ФП - функциональная подсистема;

ФРС - функция работоспособности системы.

ВВЕДЕНИЕ

Обеспечение высокой надежности структурно-сложных систем (ССС) является одной из важнейших научно-технических проблем, решение которой существенно влияет на эффективность и безопасность функционирования опасных производственных объектов (ОПО) различных видов, классов и назначения. В решении данной проблемы все более отчетливо выступают на первый план вопросы совершенствования средств практической постановки задач и методов построения математических моделей надежности многофункциональных структурно сложных систем, и, в частности, систем автоматизации управления. Объекты этого класса, как правило, характеризуются большим числом состояний, множеством различных режимов работы и использования, сложностью структурной организации и способностью функционировать в различных состояниях с разной эффективностью. Естественные трудности анализа таких систем обусловлены, прежде всего, следующими двумя положениями:

1. Отсутствием достаточно простых, точных и удобных для человека средств исходной формализации условий работы сложных систем при постановке задач определения их надежности на этапе проектирования;

2. Отсутствием соответствующих методов, алгоритмов и программ автоматизации процессов построения математических моделей надежности сложных систем.

В настоящее время частично автоматизированы только процессы непосредственного расчета показателей надежности систем по уже разработанным вручную математическим моделям. Однако ручное построение таких моделей для сложных систем ограничено известным «проклятием большой размерности» [9] и не позволяет традиционными методами выполнять оперативный практический анализ их надежности.

Одним из наиболее удобных в плане постановки задач и автоматизации процессов математического моделирования является *логико-вероятностный метод* (ЛВМ) [36]. В последние годы этот метод завоевал большую популярность и получил широкое практическое применение. Однако его использование для расчета надежности сложных ССС ограничено следующими основными причинами.

1. Применяемые в существующем ЛВМ графы связности представляют только две логические операции "И" и "ИЛИ", что не соответствует всем

возможностям основного аналитического аппарата моделирования — алгебре логики [13, 16]. С помощью графов связности удается строго формализовать условия работы только узкого подкласса ССС.

2. Основным средством аналитического выражения условий функционирования систем в ЛВМ является монотонная логическая функция, представляемая либо с помощью *кратчайших путей успешного функционирования* (КПУФ), либо с помощью *минимальных сечений отказов* (МСО) [13, 38]. Это не позволяет строить немонотонные модели надежности систем, учитывающие, например, влияние отдельных элементов на надежность многофункциональных ССС в целом и качественную сложность, т. е. способность функционировать в разных состояниях с различной эффективностью [6].

3. Существующие методы перехода от логических к вероятностным моделям надежности систем еще очень громоздки и трудоемки даже при их машинной реализации. Поэтому разработка более совершенных быстродействующих методов определения вероятностных функций остается актуальной задачей.

4. Имеющиеся методологические средства ЛВМ еще не в полной степени алгоритмизированы. Это ограничивает практическое применение ЛВМ для оперативного анализа надежности даже монотонных, качественно простых систем.

Отмеченные ограничения и недостатки существующего ЛВМ не являются принципиальными и характеризуют лишь достигнутый уровень разработки логико-вероятностного направления. В связи с этим возникает необходимость дальнейшего развития теории и методологии логико-вероятностного моделирования.

В пособии излагаются основные теоретические и методологические положения нового общего логико-вероятностного метода (ОЛВМ) свободного от указанных недостатков и ориентированного на полную автоматизацию с помощью ЭВМ всех наиболее громоздких и трудоемких этапов построения логико-вероятностных моделей надежности многофункциональных структурно и качественно-сложных систем.

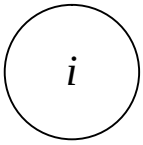
Разработка ОЛВМ базировалась на развитии положительных сторон существующего ЛВМ (основной вариант [36]), но потребовала принципиальной переработки [22] всех трех основных его этапов: исходной графической формализации структур систем; построения логических моделей функционирования систем; определения вероятностных функций надежности систем.

1. ФОРМАЛИЗОВАННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СТРУКТУР СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ СХЕМ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЦЕЛОСТНОСТИ

В рассматриваемом подходе ЛВМ вместо графов связности на этапе постановки задач анализа надежности систем используются *схемы функциональной целостности* (СФЦ), предназначенные для строго формализованного представления общей логической организации взаимного функционирования всех элементов ССС в целом.

Аппарат СФЦ строился на основе расширения изобразительных возможностей хорошо освоенных графов связности. В общем случае СФЦ представляет собой ориентированный граф $G(X, U)$, где X — множество вершин, а U - множество направленных ребер (дуг). Состав и обозначение вершин и ребер СФЦ приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Вершины СФЦ		Ребра СФЦ	
Функциональная вершина	Фиктивная вершина	Конъюктивное ребро	Дизъюнктивное ребро
			

Все вершины СФЦ подразделяются на функциональные и фиктивные. С помощью функциональных вершин представляются случайные события (состояния), характеризующие собственную работоспособность элементов системы. Каждой функциональной вершине СФЦ соответствует:

- порядковый номер $i = \overline{1, N}$ и системная логическая переменная $\tilde{i} = \left\{ i, \bar{i} \right\}$, характеризующая собственную работоспособность i или собственную неработоспособность $\bar{i}$ этого элемента; N — число элементов системы, а символ «¯ж»¯ обозначает показатель инвертирования логической переменной;

- вероятностный параметр $P_i(t) = P_i = 1 - Q_i$, характеризующий собственную работоспособность (или неработоспособность) i-го элемента системы (например, вероятность безотказной работы, коэффициент готовности и т. п.).

Фиктивные вершины (кружки малой величины) не представляют каких-либо элементов системы и используются только для расширения изобразительных возможностей СФЦ. Эти вершины в СФЦ нумеруются числами больше N и до n включительно, где n — число вершин в СФЦ. Каждой фиктивной вершине СФЦ соответствует некоторое условное логически достоверное событие, веро-

ятность которого равна единице.

Относительно исследуемой системы в целом каждый ее элемент характеризуется не только своей собственной работоспособностью, но и состояниями ряда других элементов, которые в совокупности обеспечивают так называемую функциональную работоспособность y_i, или функциональную неработоспособность $\bar{y}_i$ этого элемента. В СФЦ указанные условия $\tilde{y}_i = \{y_i, \bar{y}_i\}$ функциональной работоспособности и неработоспособности соответствуют прямому и инверсному выходам ребер из вершин графа $G(X, U)$. Обозначения прямого и инверсионного выходов приведены на рис. 1. Таким образом, ребра в СФЦ применяются для структурного представления взаимных логических условий функциональной работоспособности (или неработоспособности) всех элементов рассматриваемой системы. Это представление осуществляется с помощью специальных обозначений связей функционального подчинения и организационных отношений между вершинами СФЦ.

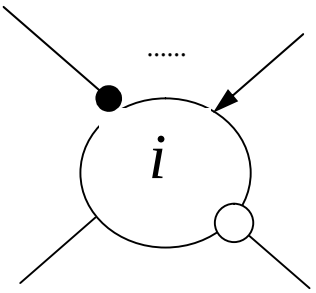


Рис.1. Обозначение входов и выходов из вершин СФЦ

Связь функционального подчинения выражает непосредственную зависимость функциональной работоспособности *i*-го элемента от функционального состояния $\tilde{y}_i$, некоторого другого (обеспечивающего) элемента системы. В СФЦ эта связь представляется направленностью соответствующей дуги, исходящей из обеспечивающей вершины *j* и заходящей в функционально подчиненную (обеспечиваемую) вершину *i*. При этом направленность этой дуги обозначается равноценно точкой или стрелкой на ее конце, заходящем в обеспечиваемую вершину *i*.

На рис. 2а приведены четыре основных вида обозначений возможных связей функционального подчинения в СФЦ. Согласно своему определению элементарная связь функционального подчинения аналитически представляется следующими логическими выражениями:

$$\begin{aligned} y_i &= i \cdot \tilde{y}_j; \\ \bar{y}_i &= \bar{i} \vee \tilde{y}_j \end{aligned} \qquad (1)$$

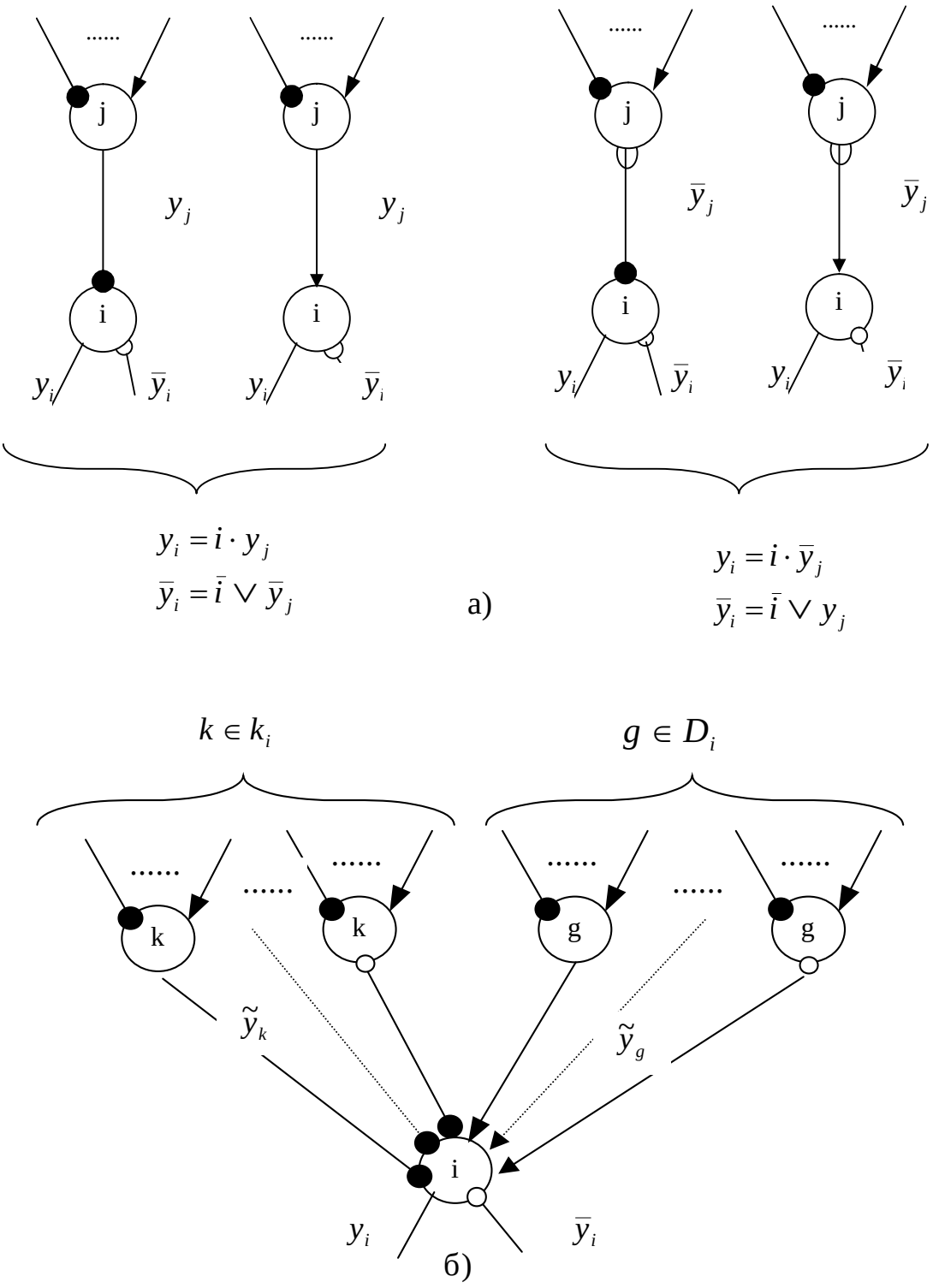


Рис.2. Основные структурные фрагменты СФЦ

Здесь и далее символами • и & обозначаются операции логического умножения.

Реальные условия функциональной работоспособности элементов *i* систем в общем случае определяются не одним, а некоторыми множествами $j \in \Phi_i$ обеспечивающих элементов. При этом логика обеспечения функциональной работоспособности *i*-го элемента в СФЦ отражает существующие в системе орга-

низационные отношения между соответствующими обеспечивающими вершинами $j \in \Phi_i$ графа $G(X, U)$. Для графического представления организационных отношений все ребра в СФЦ разделены на конъюнктивные и дизъюнктивные (см. табл. 1). Заходящие в вершину i ребра с точками образуют конъюнктивную группу условий $\tilde{y}_k$ обеспечения, функциональной работоспособности i-ГО элемента

$$\underset{k \in K_i}{\&} \tilde{y}_k, \quad K_i \in \Phi_i$$

Заходящие ребра со стрелками образуют дизъюнктивную группу условий $\tilde{y}_\partial$ обеспечения

$$\underset{\partial \in D_i}{\vee} \tilde{y}_\partial, \qquad D_i \in \Phi_i .$$

Здесь K_i и D_i — непересекающиеся подмножества номеров вершин, являющихся обеспечивающими относительно вершины i СФЦ ($K_i \cap D_i = 0, \quad K_i \cup D_i = \Phi_i$).

На рис. 2б приведен общий вид представления в СФЦ организационных отношений между обеспечивающими вершинами. В аналитической форме организационные отношения представляются следующими логическими выражениями:

$$\begin{aligned} y_i &= i \cdot \left(\underset{k \in K_i}{\&} \tilde{y}_k \right) \cdot \left(\underset{\partial \in D_i}{\vee} \tilde{y}_\partial \right); \\ \bar{y}_i &= \bar{i} \cdot \left(\underset{k \in K_i}{\vee} \bar{\tilde{y}}_k \right) \vee \left(\underset{\partial \in D_i}{\&} \bar{\tilde{y}}_\partial \right) \end{aligned} \qquad (2)$$

Для фиктивных вершин СФЦ составляющая собственного состояния $\tilde{i}$ в выражениях (1) и (2) опускается, поскольку по определению фиктивная вершина представляет достоверное событие.

На рис. 3 приведены граф связности ССС типа классической пятиэлементной мостиковой системы и три варианта ее представления изобразительными средствами СФЦ. В схеме на рис. 3б использованы пять функциональных и четыре фиктивные вершины, и внешне она практически совпадает с графом связности.

В СФЦ на рис. 3в фиктивные вершины отсутствуют, а функции пятого элемента представлены с помощью двух размноженных вершин 5 и 6 с одинаковым системным номером 5. СФЦ на рис. 3г наиболее компактная, поскольку в ней отсутствуют фиктивные и размноженные вершины. Следует отметить, что в плане строгого формализованного представления условий функциональной работоспособности элементов системы все четыре схемы тождественны.

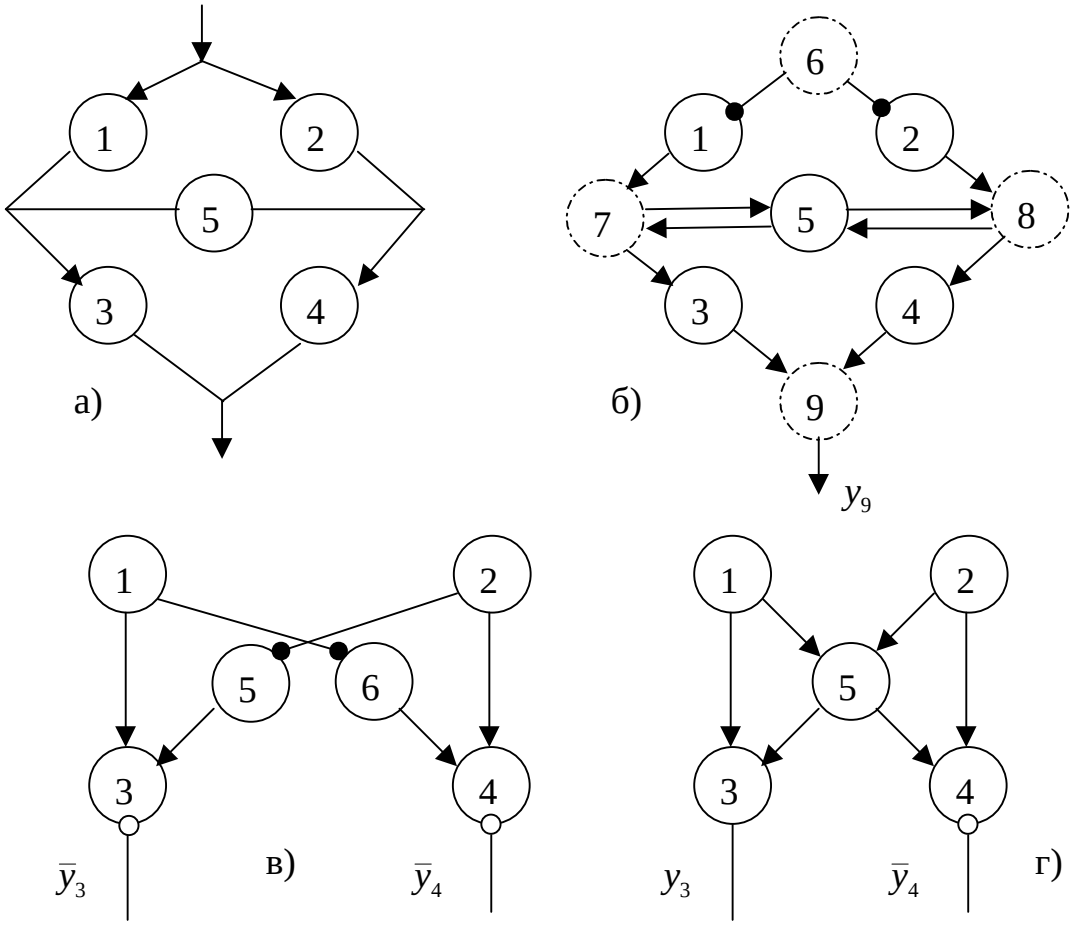


Рис.3. Граф связности (а) и варианты СФЦ (б, в, г) мостиковой системы

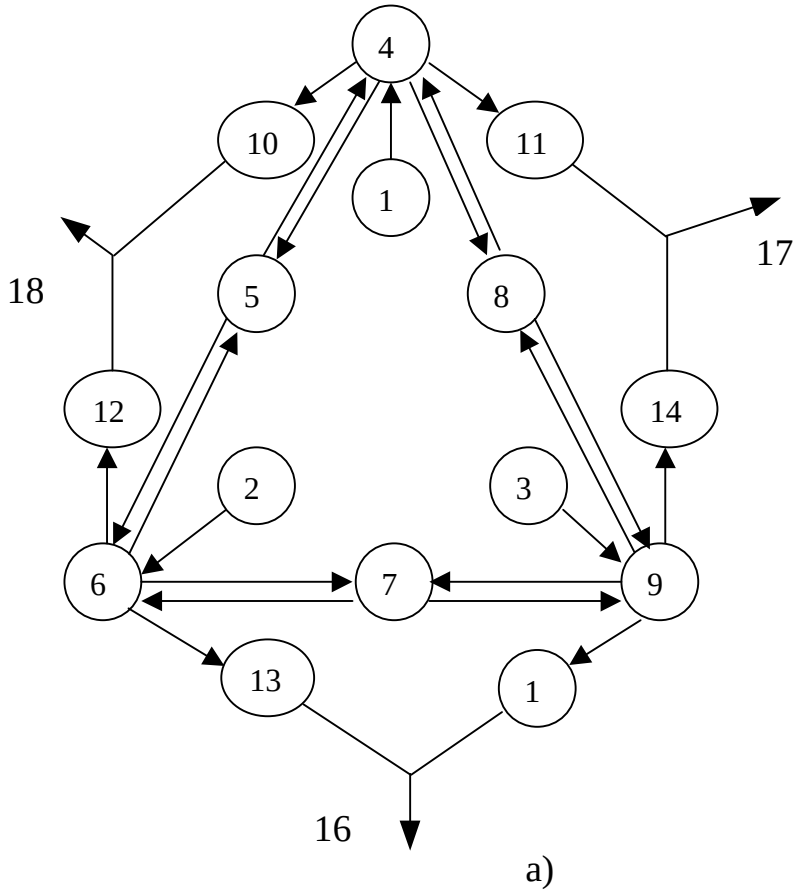
Наряду с рассмотренными основными изобразительными средствами в СФЦ допускается неограниченное применение циклов и размножение функциональных вершин. С помощью циклов представляются мостиковые связи функционального подчинения между элементами структурно сложных систем (см. рис. 3б). Размножение функциональных вершин используется для представления в СФЦ различных условий работы многофункциональных элементов систем. Это означает, что одному многофункциональному элементу в СФЦ может быть поставлена в соответствие не одна, а несколько функциональных вершин (по числу отдельных функций) с разными схемными и одинаковыми системными номерами. При этом каждая из этих вершин применяется для формализованного представления конкретных условий выполнения данным элементом соответствующей отдельной функции в системе.

Сущность методики построения структурных моделей надежности с помощью СФЦ состоит в точном определении и графическом представлении указанными изобразительными средствами условии функциональной работоспособности всех элементов исследуемой системы. При этом условия работы элементов одной н той же системы могут быть строго формализованы различными по фор-

ме СФЦ (см., например, рис. 3). Это определяется логикой мышления и практическими навыками разных пользователей по их составлению. Необходимым условием правильного построения СФЦ является наличие хотя бы одной вершины, не имеющей заходящих дуг связей функционального подчинения. Такие вершины называют головными, и согласно (1), (2) условие их функциональной работоспособности или неработоспособности однозначно определяется собственным состоянием $\tilde{i}$.

Методику построения СФЦ проиллюстрируем несколькими примерами.

Пример 1. Электроэнергетическая система цеха, граф связности которой изображен на рис. 4а, состоит из N = 15 элементов: I, 2, 3 — генераторы (источники); 4, 6, 9 — главные распределительные щиты; 5, 7, 8 — перемычки; 10—15 — вторичные распределительные щиты.



а)

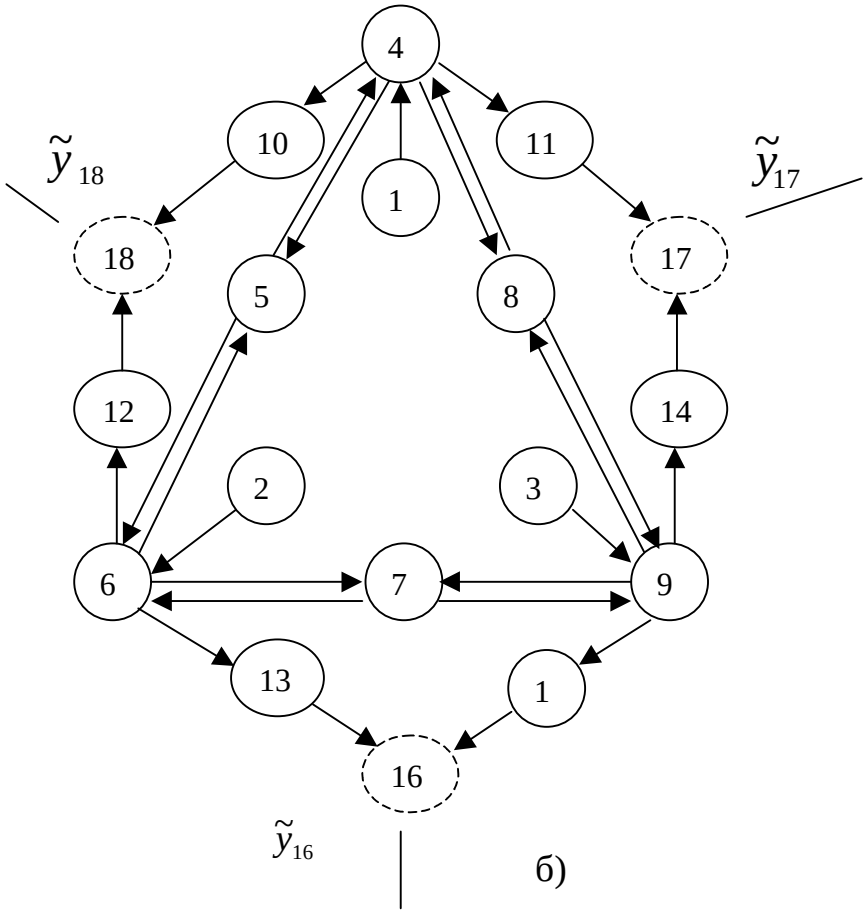


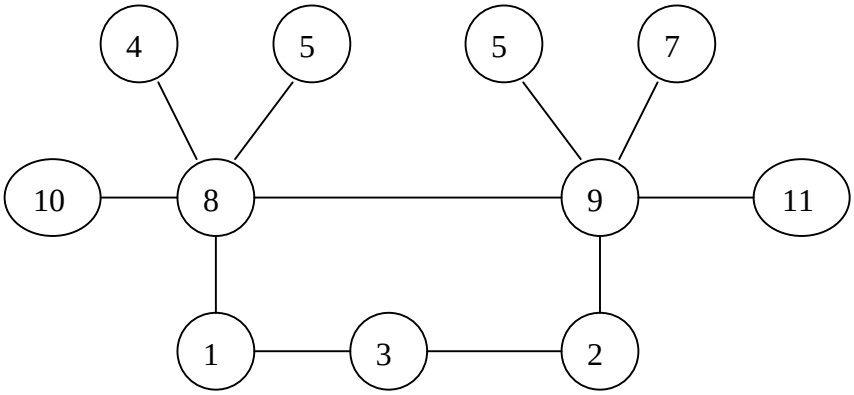
Рис.4. Граф связности и СФЦ электроэнергетической системы

Система предназначена для питания трех групп оборудования (технологических процессов) обозначенных условными номерами *16*, *17* и *18*. При отсутствии ограничений на мощности щитов и перемычек эта система относится к классу монотонных систем первого типа [36], т. е. условия работы полностью представляются графом связности (см. рис.4а). Соответствующая СФЦ приведена на рис. 4б, где вершины 1-15 – неразмноженные функциональные, а вершины 16-18 – фиктивные.

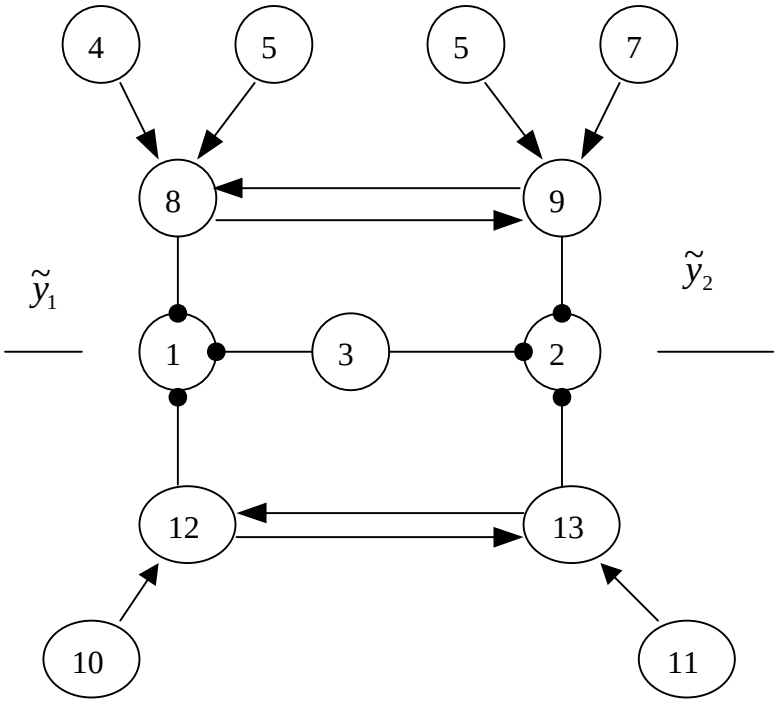
Как видим, в данном случае СФЦ практически полностью совпадает с графом связности, в ней лишь строго определены направления существующих связей функционального подчинения.

Пример 2. Распределенная АСУ ТП, граф связности которой приведен на рис.5, а, состоит из *N*=11 элементов: 1, 2 – процессоры; 3 – пульт оператора; 4-7 – блоки оперативных запоминающих устройств (ОЗУ); 8, 9 – приборы коммутации; 10, 11 – накопители на магнитных дисках (НМД).

По организации работы данная АСУ относится к классу монотонных систем второго типа [36], т.е. функционирование его элементов определяется графом связности и следующими дополнительными условиями: функционирование каждого процессора 1,2 обеспечивается одновременной работой пульта 3, хотя бы одного из ОЗУ 4-7 и хотя бы одного НМД — 10 или 11.



а)

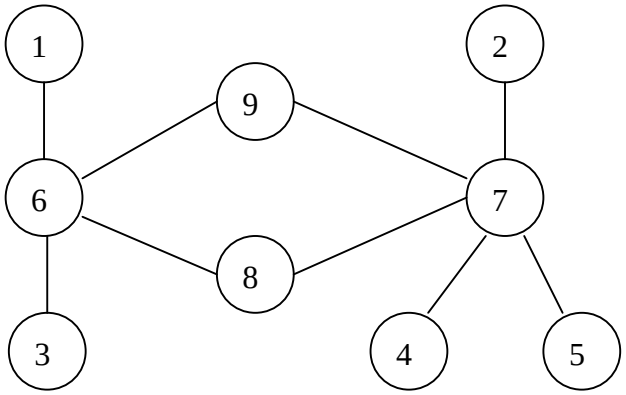


б)

Рис.5. Граф связности и СФЦ вычислительного комплекса

Эти дополнительные условия непосредственно в графе связности не могут быть учтены. Их учет в СФЦ (см. рис. 5б) основываемся на выделении двух различных функций приборов коммутации 8 и 9 по организации связи процессоров с ОЗУ и НМД. Первая функция раскрыта с помощью функциональных вершин 12 и 13, их системные номера – соответственно 8 и 9. Этим достигается полный и точный учет в СФЦ всех основных (граф связности) и дополнительных условий функционирования элементов вычислительного комплекса.

Пример 3. Информационная система, граф связности которой изображен на рис.6а, состоит из N=9 элементов: 1,2 источники информации; 3, 4, 5 – потребители информации; 6, 7 – центры коммутации; 8, 9 – каналы связи.



а)

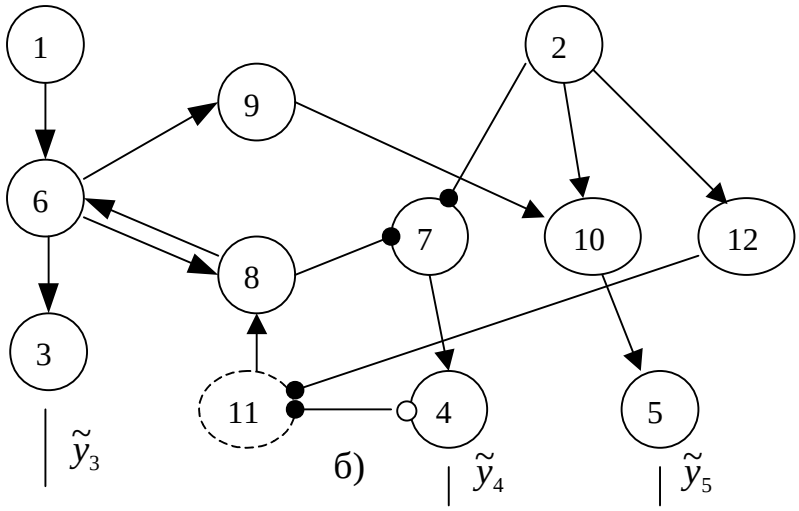


Рис.6. Граф связности и СФЦ информационной системы

Функционирование элементов в этой системе определяется графом связности и следующими дополнительными условиями:

- функционирование потребителя 4 обеспечивается только при одновременной его связи с источниками 1 и 2, причем для связи с источником 1 выделен только канал 8;

- канал 9 обеспечивает только резервную связь источника 1 с потребителем 5;

- канал 8 - ограниченней пропускной способности и по своим характеристикам способен обеспечить связь источников только с одним из потребителей - либо 3, либо 4;

- в системе организовано приоритетное использование канала 8 в направлении связи источника 1 с потребителем 4 и резервное использование канала 8 в направлении связи источника 2 с потребителем 3 при условии функциональной неработоспособности элемента 4.

Формализация условий работы элементов данной системы с помощью СФЦ основывается на выделении трех различных функций центра коммутации 7 (рис. 6б).

Первая функция определяет условия функционирования потребителя 4 и в СФЦ раскрыта с помощью функциональной вершины 7. Вторая функция определяет условие потребителя 5 и раскрыта с помощью размноженной вершины 10. Третья функция определяет условия резервного использования канала 8 и раскрыта с помощью размноженной вершины 12 и фиктивной вершины 11. Обе размноженные вершины 10 и 12 имеют системный номер 7.

Данная информационная система по условиям и организации функционирования ее элементов относится к классу немонотонных. Характерным признаком этого является наличие в СФЦ хотя бы одной неустранимой инверсной связи функционального подчинения (см. рис. 6б, вершина 4).

Рассмотренные примеры позволяют сделать следующие выводы.

1. В математическом аспекте СФЦ представляют функционально полный набор логических операций И, ИЛИ, НЕ н соответствуют всем возможностям основного аналитического аппарата моделирования — алгебре логики. Это позволяет с помощью СФЦ охватить общий класс как монотонных, так и немонотонных моделей надежности систем.

2. В физическом аспекте построение СФЦ систем различных типов и классов основывается на едином методологическом принципе графического представления логических условий функциональной работоспособности (или неработоспособности) каждого элемента. Это позволяет с помощью СФЦ строго формализовать условия работы систем самой различной физической природы, назначения и состава элементов.

3. СФЦ монотонных систем первого типа практически полностью совпадают с соответствующими графами связности (см. рис. 3, 4). Это позволяет для систем этого класса в полном объеме использовать весь арсенал методологических средств, разработанных в ЛВМ.

4. С помощью СФЦ строго формализуются практически все монотонные системы первого и второго типов, и обеспечивается возможность построения принципиально нового класса немонотонных моделей надежности многофункциональных структурно и качественно сложных систем.

2. ПОСТРОЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ

Этап построения логических моделей функционирования ССС в интересах расчета их надежности составляют следующие две основные задачи:

- формализованное представление общих логических условий исследуемого режима работы и использования системы;

- построение соответствующей логической модели функционирования системы.

Решение первой задачи осуществляется путем построений так называемого *логического критерия целостности* (ЛКЦ) системы [22].

$$Y = Y(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, ..., \tilde{y}_n) \qquad (3)$$

ЛКЦ (3) представляет собой логичеССС ю функцию, аргументами которой являются обозначения $\tilde{y}_i$ условий функциональной работоспособности или функциональной неработоспособности тех элементов (вершин СФЦ), которые в данной совокупности определяют интересующий исследователя режим работы или использования системы в целом.

Работоспособность однофункциональных и качественно простых систем определяется одним ЛКЦ. Многофункциональные и качественно сложные системы характеризуются, как правило, несколькими различными логическими критериями. При этом каждый из указанных ЛКЦ ставится в соответствие либо одному из возможных режимов работы многофункциональной системы, либо определенному уровню эффективности функционирования качественно сложной системы. Поэтому в общем случае ЛКЦ (3) могут быть как монотонными, так и немонотонными логическими функциями. Методика расчета не ограничивает размер и сложность ЛКЦ, и в общем случае они могут принимать любые из 2^{2^n} возможных форм.

Так, например, для мостиковой системы по ее СФЦ, изображенной на рис. 3б, общая работоспособность может быть определена условием функциональной работоспособности фиктивной вершины 9. Тогда ЛКЦ системы составляет

$$Y_c = y_9 \qquad (4)$$

По СФЦ этой же системы, изображенной на рис.3в, общий отказ определится одновременной функциональной неработоспособностью элементов 3 и 4. ЛКЦ в этом случае

$$\bar{Y}_c = \bar{y}_3 \cdot \bar{y}_4 \qquad (5)$$

Исследователя надежности может заинтересовать реальная способность данной системы функционировать по выходу, например, 3 при одновременной функциональной неработоспособности элемента 4. ЛКЦ, в этом случае, для СФЦ, изображенной на рис.3г, имеет вид

$$Y_c = y_3 \cdot y_4 \qquad (6)$$

Для рассмотренных примеров 1, 2 и 3 систем можно предложить следующие варианты построения логических критериев целостности.

В примере 1 (см. рис.4) полагаем, что общая работоспособность электроэнергетической системы определяется необходимостью одновременного функционирования всех трех потребителей 16, 17 и 18. ЛКЦ для этого варианта составляет

(1 вариант) $$Y_c = y_{16} \cdot y_{17} \cdot y_{18} \ . \qquad (7)$$

Тогда обобщенное условие отказа системы представляется выражением

(2 вариант) $$\overline{Y}_c = \overline{y}_{16} \vee \overline{y}_{17} \vee \overline{y}_{18} . \qquad (8)$$

Для примера 2 (см. рис.5) качественно сложный анализ надежности предусматривает количественную оценку способности вычислительного комплекса АСУ работать с максимальной эффективностью при одновременном функционировании процессоров 1 и 2 и с минимальной эффективностью при функционировании ровно одного из указанных процессоров. Соответствующие ЛКЦ составляют:

(1 вариант) $$Y_1 = y_1 \cdot y_2 ; \qquad (9)$$

(2 вариант) $$Y_2 = y_1 \cdot \overline{y} \vee \overline{y}_1 \cdot y_2 \ . \qquad (10)$$

Общая работоспособность вычислительного комплекса определяется критерием

(3 вариант) $$Y_c = Y_1 \vee Y_2 = y_1 \vee y_2 . \qquad (11)$$

Выражения (9) и (10) позволяют строго разделить всю область состояний работоспособности системы, определяемую ЛКЦ (11), на два непересекающихся подмножества качественно различных состояний.

Для примера 3 (см. рис.6) можно предложить несколько различных ЛКЦ, определяющих разные режимы использования многофункциональной системы связи:

- функционирование потребителя 3:

(1 вариант) $$Y_1 = y_3 ; \qquad (12)$$

- функционирование потребителя 4 при нарушении работы потребителя 3:

(2 вариант) $$Y_2 = \overline{y}_3 \cdot y_4 ; \qquad (13)$$

- функционирование потребителя 5 при нарушении работы потребителей 3 и 4:

(3 вариант) $$Y_3 = \overline{y}_3 \cdot \overline{y}_4 \cdot y_5 ; \qquad (14)$$

- функционирование хотя бы одного из потребителей 3, 4 или 5:

(4 вариант) $$Y_4 = y_3 \vee y_4 \vee y_5 . \qquad (15)$$

Построение СФЦ и определение ЛКЦ составляют основное содержание постановки задач и завершают исходную формализацию данных, необходимых для построения математических моделей надежности систем.

Решение второй задачи рассматриваемого этапа заключается в определении логической функции

$$Y = Y\left(\tilde{1},\ \tilde{2},\ldots,\ \tilde{N}\right) \qquad (16)$$

по соответствующей СФЦ и выбранному ЛКЦ (3) рассматриваемой системы. Ее аргументами являются простые логические переменные $\tilde{i}$, $i = \overline{1, N}$, определяющие собственные состояния элементов. Функцию (16) будем называть *функцией работоспособности системы (ФРС)* [36]. Однако, по сравнению с традиционным ЛВМ, ФРС имеют более разнообразные формы и более широкое содержание. В частности, ФРС могут быть как монотонными, так и немонотонными логическими функциями. С их помощью могут строго представляться конкретные условия работоспособности и неработоспособности систем в целом, их фрагментов и подсистем, а также различные режимы работы, использования и функционирования с тем или иным уровнем эффективности.

Определение ФРС (16) заключается в решении ЛКЦ (3) как своеобразного логического уравнения путем раскрытия всех условий $\tilde{y}_i$, $i = \overline{1, n}$ правой части (3) вплоть до простых логических переменных $\tilde{i}$, $i = \overline{1, N}$. Эта задача в общей ее постановке является достаточно сложной. В существующем ЛВМ даже для монотонных систем первого типа универсальных методов и алгоритмов ее решение не разработано. Известные публикации по этому вопросу [16, 19, 33, 37, 38] посвящены в основном изложению методик построения по графам связности только монотонных ФРС.

Отмеченные ограничения не позволили использовать указанные методики, и в [22] был разработан новый универсальный метод решения логических уравнений (3) любого вида и определений как монотонных, так и немонотонных ФРС (16) по СФЦ с циклами и размноженными функциональными вершинами. Его разработка была ориентирована на автоматизацию расчета надежности. Сущность метода в его ручной интерпретации может быть представлена следующими основными положениями.

Определение ФРС (16) осуществляется путем последовательной (по шагам) преобразования исходного ЛКЦ (3) по соответствующей СФЦ системы. При этом на каждом шаге выполняются следующие действия.

1. Все нераскрытые $\tilde{y}_i$ выражения, полученного на предыдущем шаге, раскрываются по СФЦ согласно правилам (1), (2), и результаты записываются в квадратных скобках, следующих сразу за обозначением раскрываемого условия, т. е.

$$\tilde{y}_i \quad [\ldots] \qquad (17)$$

Обозначения раскрываемых условий слева от соответствующие квадратных скобок сохраняются на всех последующих шагах до завершения преобразо-

ваний. Исключения составляют только условия работоспособности y_i и неработоспособности $\bar{y}_i$ головных вершин СФЦ. При своем раскрытии они сразу заменяются на обозначения соответствующих простых логических переменных i и $\bar{i}$ для функциональных или на обозначения логической единицы ***I*** и логического нуля ***0*** для фиктивных головных вершин.

Возникающие в процессе указанного раскрытия дизъюнктивные группы условий обеспечения заключаются в круглые скобки.

2. После указанного раскрытия на данном шаге выполняются преобразования имеющихся циклических ситуаций по правилам

$$\begin{aligned} y_i\,[...y_i...] &= y_i\,[...0...]; \\ \bar{y}_i\,[...\bar{y}_i...] &= \bar{y}_i\,[...1...] \end{aligned} \qquad (18)$$

Правила (18) справедливы и для размноженных функциональных вершин СФЦ. Это означает, что

$$\begin{aligned} y_i\,[...y_j...] &= y_i\,[...0...]; \\ \bar{y}_i\,[...\bar{y}_j...] &= \bar{y}_i\,[...1...] \end{aligned}$$

если вершины со схемными номерами i и j СФЦ размноженные и имеют один и тот же системный номер.

3. Выполняются возможные упрощающие преобразования полученного выражения по его простым логическим переменным и константам ***0*** и ***I***. Эти преобразования осуществляются на основе правил алгебры логики путем вынесения за скобки общих членов и удаления из записи тождеств и конструкций, равных логическому нулю или логической единице.

Пункты 1-3 в общем случае на каждом шаге выполняются последовательно. Однако в рамках данного и следующего шагов указанные преобразования могут совмещаться в целях сокращения общей записи.

Для СФЦ с головными вершинами рассмотренный процесс всегда является сходящимся, т. е. обязательно приводит к раскрытию всех $\tilde{y}_i$ с помощью простых логических переменных $\tilde{i}$. После этого осуществляются следующие три завершающих действия:

- из последней записи удаляются все квадратные скобки и стоящие слева от них обозначения соответствующих раскрытых условий $\tilde{y}_i$ (17);

- в полученном выражении все схемные номера размноженных вершин СФЦ заменяются соответствующими системными номерами простых логических переменных и исключаются возникающие повторы;

- при необходимости выполняется минимизация полученной ФРС и преобразование ее к удобной для последующего использования форме.

Применение рассмотренной методики проиллюстрируем примерами определения ФРС мостиковой системы для ЛКЦ (4), (5), (6).

Раскрывая ЛКЦ (4) по СФЦ на рис. 3, б, после первых трех шагов имеем

$$\begin{aligned} Y_c &= y_9 = \\ &= y_9\left[\left(y_3 \vee y_4\right)\right] = \\ &= y_9\left[\left(y_3\left[3\cdot y_7\right] \vee y_4\left[4\cdot y_8\right]\right)\right] = \\ &= y_9\left[\left(y_3\left[3\cdot y_7\left[\left(y_1 \vee y_5\right)\right]\right] \vee y_4\left[4\cdot y_8\left[\left(y_2 \vee y_5\right)\right]\right]\right)\right] \end{aligned}$$

Выполняя п. 1 четвертого шага раскрытия, получаем

$$y_9\left[\left(y_3\left[3\cdot y_7\left[\left(y_1\left[1\cdot I\right] \vee y_5\left[5\cdot\left(y_7 \vee y_8\right)\right]\right)\right]\right] \vee y_4\left[4\cdot y_8\left[\left(y_2\left[2\cdot I\right] \vee y_5\left[5\cdot\left(y_7 \vee y_8\right)\right]\right)\right]\right)\right]$$

Выполняя п. 2 данного шага, согласно (18) получаем

$$y_9\left[\left(y_3\left[3\cdot y_7\left[\left(y_1\left[1\cdot I\right] \vee y_5\left[5\cdot\left(0 \vee y_8\right)\right]\right)\right]\right] \vee y_4\left[4\cdot y_8\left[\left(y_2\left[2\cdot I\right] \vee y_5\left[5\cdot\left(y_7 \vee 0\right)\right]\right)\right]\right)\right]$$

Четвертый шаг завершается преобразованиями последнего выражения согласно п.3 методики:

$$y_9\left[\left(y_3\left[3\cdot y_7\left[\left(y_1[1] \vee y_5\left[5\cdot y_8\right]\right)\right]\right] \vee y_4\left[4\cdot y_8\left[\left(y_2[2] \vee y_5\left[5\cdot y_7\right]\right)\right]\right)\right]$$

На пятом шаге

$$\begin{aligned} &y_9\left[\left(y_3\left[3\cdot y_7\left[\left(y_1[1] \vee y_5\left[5\cdot y_8\left[\left(y_2 \vee y_5\right)\right]\right]\right)\right]\right] \vee y_4\left[4\cdot y_8\left[\left(y_2[2] \vee y_5\left[5\cdot y_7\left[\left(y_1 \vee y_5\right)\right]\right]\right)\right]\right)\right] = \\ &= y_9\left[\left(y_3\left[3\cdot y_7\left[\left(y_1[1] \vee y_5\left[5\cdot y_8\left[\left(y_2 \vee 0\right)\right]\right]\right)\right]\right] \vee y_4\left[4\cdot y_8\left[\left(y_2[2] \vee y_5\left[5\cdot y_7\left[\left(y_1 \vee 0\right)\right]\right]\right)\right]\right)\right] = \\ &= y_9\left[\left(y_3\left[3\cdot y_7\left[\left(y_1[1] \vee y_5\left[5\cdot y_8\left[y_2\right]\right]\right)\right]\right] \vee y_4\left[4\cdot y_8\left[\left(y_2[2] \vee y_5\left[5\cdot y_7\left[y_1\right]\right]\right)\right]\right)\right] \end{aligned}$$

На шестом шаге циклическая процедура раскрытия заканчивается

$$\begin{aligned} &y_9\left[\left(y_3\left[3\cdot y_7\left[\left(y_1[1] \vee y_5\left[5\cdot y_8\left[y_2\left[2\cdot I\right]\right]\right]\right)\right]\right] \vee y_4\left[4\cdot y_8\left[\left(y_2[2] \vee y_5\left[5\cdot y_7\left[y_1\left[1\cdot I\right]\right]\right]\right)\right]\right)\right] = \\ &= y_9\left[\left(y_3\left[3\cdot y_7\left[\left(y_1[1] \vee y_5\left[5\cdot y_8\left[y_2[2]\right]\right]\right)\right]\right] \vee y_4\left[4\cdot y_8\left[\left(y_2[2] \vee y_5\left[5\cdot y_7\left[y_1[1]\right]\right]\right)\right]\right)\right] \end{aligned}$$

Преобразуя последнее выражение в соответствии с правилам заключительного этапа методики, получаем искомую ФРС в форме КПУФ:

$$\left(3\cdot\left(1 \vee 5\cdot 2\right) \vee 4\cdot\left(2 \vee 5\cdot 1\right)\right) = 1\cdot 3 \vee 2\cdot 3\cdot 5 \vee 2\cdot 4 \vee 1\cdot 4\cdot 5 \qquad (19)$$

Решение обратной задачи в форме МСО получим, раскрывая ЛКЦ (5) по СФЦ на рис. 3в:

$$\begin{aligned} \overline{Y_c} &= \overline{y}_3\cdot\overline{y}_4 = \\ &= \overline{y}_3\left[\left(\overline{3} \vee \overline{1}\cdot\overline{y}_5\right)\right]\cdot\overline{y}_4\left[\left(\overline{4} \vee \overline{2}\cdot\overline{y}_6\right)\right] = \\ &= \overline{y}_3\left[\left(\overline{3} \vee \overline{1}\cdot\overline{y}_5\left[\left(\overline{5} \vee \overline{2}\right)\right]\right)\right]\cdot\overline{y}_4\left[\left(\overline{4} \vee \overline{2}\cdot\overline{y}_6\left[\left(\overline{6} \vee \overline{1}\right)\right]\right)\right] = \\ &= \left(\overline{3} \vee \overline{1}\cdot\left(\overline{5} \vee \overline{2}\right)\right)\cdot\left(\overline{4} \vee \overline{2}\cdot\left(\overline{6} \vee \overline{1}\right)\right) = \\ &= \left(\overline{3} \vee \overline{1}\cdot\left(\overline{5} \vee \overline{2}\right)\right)\cdot\left(\overline{4} \vee \overline{2}\cdot\left(\overline{5} \vee \overline{1}\right)\right) = \\ &= \left(\overline{3} \vee \overline{1}\cdot\overline{5} \vee \overline{1}\cdot\overline{2}\right)\cdot\left(\overline{4} \vee \overline{2}\cdot\overline{5} \vee \overline{1}\cdot\overline{2}\right) = \overline{3}\cdot\overline{4} \vee \overline{2}\cdot\overline{3}\cdot\overline{5} \vee \overline{1}\cdot\overline{4}\cdot\overline{5} \vee \overline{1}\cdot\overline{2} \end{aligned} \qquad (20)$$

Раскрытие ЛКЦ (6) выполним по СФЦ, приведенной на рис. 3г:

$$
\begin{aligned}
&Y = y_3 \cdot \bar{y}_4 = \\
&= y_3\left[3 \cdot (1 \vee y_5)\right] \cdot \bar{y}_4\left[(\bar{4} \vee \bar{2} \cdot \bar{y}_5)\right] = \\
&= y_3\left[3 \cdot (1 \vee y_5\left[5 \cdot (1 \vee 2)\right])\right] \cdot \bar{y}_4\left[(\bar{4} \vee \bar{2} \cdot \bar{y}_5\left[(\bar{5} \vee \bar{1} \cdot \bar{2})\right])\right] = \\
&= 3 \cdot (1 \vee 5 \cdot (1 \vee 2)) \cdot (\bar{4} \vee \bar{2} \cdot (\bar{5} \vee \bar{1} \cdot \bar{2})) = \\
&= 3 \cdot (\bar{4} \cdot (1 \vee 2 \cdot 5) \vee 1 \cdot \bar{2} \cdot \bar{5})
\end{aligned}
\qquad (21)
$$

Основные достоинства рассмотренного метода определения ФРС состоят в следующем:

1. Метод позволяет на основе СФЦ и ЛКЦ любого вида и сложности по единой методике определять как монотонные ФРС, в форме КПУФ и МСО (19), (20), так и немонотонные логические модели функционирования систем (21).

Метод строго алгоритмизирован и допускает программную реализацию на любом универсальном алгоритмическом языке. Это, в свою очередь, означает возможность полной автоматизации и оперативного выполнения на ЭВМ сложного и громоздкого этапа определения ФРС большой размерности.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ФУНКЦИЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ

В логико-вероятностном моделировании менее сложным, чем построение ФРС, но еще более громоздким и трудоемким является завершающий этап определения *вероятностных функций* (ВФ) расчета показателей надежности систем. В своей классической постановке сущность указанной задачи состоит в отыскании правил перехода от ФРС (16) к соответствующей ВФ при условии независимости событий собственных отказов и неограниченности процессов восстановления элементов исследуемой системы:

$$Y\left(\tilde{1}, \tilde{2}, \ldots, \tilde{i}, \ldots, \tilde{N}\right) \Rightarrow P\left(\{P_i, Q_i\}, \quad i = \overline{1, N}\right)$$

В ЛВМ указанной задаче уделялось преимущественное внимание. В настоящее время разработано значительное количество различных методов определения ВФ. Наибольшее практическое применение нашли алгоритмы разрезания, ортогонализации, табличный, схемно-логический, модифицированный [22] и символический [23]. Все эти методы без ограничений пригодны для использования в рамках настоящей методики. Однако их сравнительный анализ показал, что не все они пригодны для машинной реализации и имеют преимущества друг перед другом только для ФРС определенных видов. Поэтому наибольший эффект следует ожидать от разработки комплексных методов определения точных ВФ, объединяющих положительные стороны нескольких частных методологических направлений. В настоящее время лучшие результаты по быстродействию и требуемы объемам памяти ЭВМ показала методика, объединяющая методы ортогонализации и символический. Основные положения этой методики в ее ручном применении следующие.

1. Выполняются все возможные ортогонализации пар конъюнкций исходной ФРС по одной переменной на основе известного соотношения алгебры логики

$$¥ \cdot \bar{i} \vee ¥ \cdot ¨ = ¥ \cdot \bar{i} \vee ¥ \cdot ¨ \cdot \bar{i} \qquad (22)$$

где γ и φ - любые функции алгебры логики, а $\tilde{i}$ - простая логическая переменная. В результате преобразования (22) пары неортогональных составляющих ФРС ортогонализируются без увеличения общего числа конъюнкций логической функции.

В общем случае выполнение пункта 1 приводит либо к полной ортогонализации, либо к частичной или вообще не ортогонализирует ФРС.

При полной ортогонализации осуществляется прямее замещение всех логических переменных *i* и $\bar{i}$ ФРС на соответствующие вероятностные параметры P_i и Q_i, а логических операций **V** и • — на арифметическое сложение и умноже-

ние. В результате получаем искомую вероятностную функцию.

При частичной ортогонализации или невозможности ортогонализации ФРС выполняются завершающие символические преобразования (пп. 2, 3).

2. Все логические переменные заменяются на обозначения соответствующих вероятностных характеристик по правилам

$$i \Rightarrow P_i;\ \bar{i} \Rightarrow \overline{P_i} \tag{23}$$

В результате образуется некоторая промежуточная совмещенная ВФ, в которой одновременно могут осуществляться как логические, так и арифметические операции.

3. Для окончательного перехода к искомой ВФ необходимо преобразовать все логические операции совмещенного выражения в арифметические. Обозначим через $\tilde{f}_j$ и $\tilde{f}_k$ две любые совмещенные функции (в частности, простые переменные $\tilde{P}_j$ и $\tilde{P}_k$). Равенством $j=k$ будем обозначать тождественность выражений этих функций под знаками инвертирования ~. Тогда правила символического преобразования логических операций в арифметические выразятся формулами:

$$\tilde{f}_j \cdot \tilde{f}_k = \begin{cases} \tilde{f}_j,\ j=k, & \sim_j = \sim_k; \\ 0,\ j=k, & \sim_j = \sim_k; \\ \tilde{f}_j \tilde{f}_k, & j \neq k; \end{cases} \tag{24}$$

$$\tilde{f}_j \vee \tilde{f}_k = \begin{cases} \tilde{f}_j,\ j=k, & \sim_j = \sim_k; \\ 1,\ j=k, & \sim_j = \sim_k; \\ \tilde{f}_j + \tilde{f}_k - f_j \cdot f_k & j \neq k; \end{cases} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} \bar{f}_j &\Rightarrow 1 - f_j; \\ \overline{P_j} &\Rightarrow Q_j = 1 - P_j \end{aligned} \tag{26}$$

После перехода в совмещенной ВФ от всех логических операций к арифметическим по правилам (24), (25) и (26) получаем искомую ВФ надежности системы.

Применение рассмотренной методики проиллюстрируем определением ВФ мостиковой системы по ФРС (19), (20) и (21):

$$\begin{aligned} &1\cdot 3 \vee 2\cdot 3\cdot 5 \vee 2\cdot 4 \vee 1\cdot 4\cdot 5 = 1\cdot 3 \vee 2\cdot 3\cdot 5\cdot \bar{1}\cdot\bar{4} \vee 2\cdot 4 \vee 1\cdot 4\cdot 5\cdot \bar{3}\cdot\bar{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow P_1 P_3 + P_2 P_3 P_5 Q_1 Q_4 + P_2 P_4 - P_1 P_3 P_2 P_4 + P_1 P_4 P_5 Q_3 Q_2; \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} &\bar{3}\cdot\bar{4} \vee \bar{2}\cdot\bar{3}\cdot\bar{5} \vee \bar{1}\cdot\bar{4}\cdot\bar{5} \vee \bar{1}\cdot\bar{2} = \bar{3}\cdot\bar{4} \vee \bar{2}\cdot\bar{3}\cdot\bar{5}\cdot 4\cdot 1 \vee \bar{1}\cdot\bar{4}\cdot\bar{5}\cdot 3\cdot 2 \vee \bar{1}\cdot\bar{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q_3 Q_4 + Q_2 Q_3 Q_5 P_4 P_1 + Q_1 Q_4 Q_5 P_3 P_2 + Q_1 Q_2 - Q_3 Q_4 Q_1 Q_2; \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} &3\cdot\left(\bar{4}\cdot\left(1 \vee 2\cdot 5\right) \vee 1\cdot 2\cdot 5\right) = 3\left(\bar{4}\cdot\left(1 \vee 2\cdot 5\cdot\bar{1}\right) \vee 1\cdot 2\cdot 5\cdot 4\right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow P_3\left(Q_4\left(P_1 + P_2\ P_5\ Q_1\right) + P_1 P_2\ P_5\ P_4\ \right). \end{aligned} \tag{29}$$

Удобство ручного использования рассмотренного комбинированного метода определения ВФ заключается в том, что преобразуемая логическая ФРС в исходном виде может представляться любой (в базисе И, ИЛИ, НЕ) из возможных своих форм. Предпочтительными при этом являются наиболее краткие по числу повторных переменных и операций логического сложения скобочные конструкции. Кроме того, в рамках совмещенных функция в качестве упрощающих могут использоваться преобразования, определяемые как законами алгебры логики, так и законами обычной алгебры.

Другим достоинством комбинированного метода является простота машинной реализации. Алгоритм и программа его основной части - символического преобразования — приведены в [23].

Широкое практическое использование ЛВМ для анализа надежности многофункциональных структурно и качественно сложных систем обеспечивается полной автоматизацией с помощью ЭВМ наиболее громоздких и трудоемких этапов построения математических моделей и выполнения на их основе расчетов соответствующих количественных характеристик.

В качестве примера в табл. 2 приведены результаты машинного моделирования и контрольного расчета показателей надежности рассмотренных выше систем (см. примеры 1-3) по вариантам ЛКЦ (7) - (15). В указанной таблице некоторые ФРС и ВФ в прямом виде не приведены в силу громоздкости записи. Эти функции характеризуются только показателями их размерности K_1 - число конъюнкций ФРС, K_2 — число одночленов в многочлене ВФ. Наиболее компактные равнопараметрические полиномы ВФ’ приведены полностью. Контрольный расчет показателя P_c выполнен по ВФ для одинаковых значений всех параметров P_i = 0,9, $i = \overline{1, N}$. Правильность полученных с помощью ЭВМ результатов подтверждается следующим.

1. Для первого примера ФРС I и II вариантов полностью совпадают с решениями этой задачи, приведенными в работах [36] и [38]. Соответствующие указанным ФРС равнопараметрические полиномы ВФ отличаются по форме, но абсолютно тождественны результатам, приведенным в [36]. Контрольные показатели P_c этих вариантов являются вероятностями противоположных событий и в сумме дают точно единицу.

2. В соответствии с постановкой задачи качественно сложного анализа надежности системы в примере 2 сумма вероятностей P_c I и II вариантов точно равна вероятностному показателю P_c общего III варианта.

3. В соответствии с ЛКЦ примера 3 сумма вероятностей P_c вариантов I - III равна вероятности P_c IV варианта.

Результаты логико-вероятностного моделирования и расчета показателей надежности систем на ЭВМ							
		Исходные данные		результаты			
		СФЦ	ЛКЦ	ФРС	ВФ	Равнопараметрический полином ВФ	P_c
1	I	Рис. 4,б	$y_{16} \cdot y_{17} \cdot y_{18}$	K_1=92	K_2=199	$3p^7(1+Q(3+2Q)+P^9Q^2(3(1+5Q^2(1+Q^2))+$ $+Q(17+24Q^2)))-P^{10}(1+2Q+Q^2(1+4Q+Q^2\cdot$ $\cdot(1+Q)))-P^{11}Q(2+15Q(1+Q^2)+24Q^2)-P^{12}\cdot$ $\cdot(1+Q(8++Q(7+5Q)))-P13(1+Q(1-5Q))+$ $+P^{14}(1+4Q)$	0,89550
	II	Рис. 4,б	$\bar{y}_{16} \vee \bar{y}_{17} \vee \bar{y}_{18}$	K_1=31	K_2=200	$Q^2(1+P(3+4P(1+P)))+Q^3(1+9P^5)-$ $-Q^4P(1+3P(1+P(2-P(2+P))))-$ $-Q^5(1+3P(1+3P^4)+4P^2(1+P))+$ $+Q^6P(1-6P(3+P(2+P)))+$ $+Q^7P(1+3P(1+P^5)+P^2(6-4P^2+P^5))+$ $+Q^8P^4(18+P(19+P(10+P)))-$ $-Q^9P^3(1-4P^2(1-P))-2Q^{10}P^4(3+5P)$	0.1045
2	I	Рис. 5,б	$y_1 \cdot y_2$	K_1=8 $1\cdot2\cdot3\cdot8\cdot9\cdot(10\vee11)\cdot$ $\cdot(5\vee4\vee6\vee7)$	K_2=8 $P_1P_2P_3\cdot P_8\,P_9\cdot$ $\cdot(P_{10}+Q_{10}P_{11})\cdot$ $\cdot(P_5+P_4Q_5+Q_4Q_5P_7+$ $+Q_4Q_5P_6Q_7)$	$P^7(1+Q(Q^3+2(1+Q(1+Q))))$	0.58453

	II	Рис. 5,б	$y_1 \cdot \bar{y}_2 \vee \bar{y}_1 \cdot y_2$	K_1=20	K_2=24	$2P^5Q(1+Q)+P^6Q(3+Q(4+Q(2+Q(4+3Q))))-$ $-P^8Q(1+Q(2+Q))$	0.2598
	III	Рис. 5,б	$y_1 \vee y_2$	K_1=16	K_2=28	$2P^6Q(1+Q(1+Q(1+Q(2+Q))))+2P^5(1+Q)-$ $-2P^8Q(1+Q(2+Q))-P^9(1+Q(2+Q))$	0.84433
3	I	Рис. 6,б	y_3	K_1=3 $3\cdot6\cdot(1\vee2\cdot7\cdot8\cdot$ $\cdot(\bar{1}\vee\bar{4}))$	K_2=2 $P_3P_6\cdot(P_1+QP_2P_7P_8)$	$P^3(1+P^2Q)$	0.78805
	II	Рис. 6,б	$y_3 \cdot y_4$	K_1=1 $1\cdot2\cdot\bar{3}\cdot4\cdot6\cdot7\cdot8$	K_2=1 $P_1P_2Q_3P_4P_6P_8$	P^6Q	0.05314
	III	Рис. 6,б	$\bar{y}_3 \cdot \bar{y}_4 \cdot y_5$	K_1=8 $5\cdot7\cdot(1\cdot\bar{3}\cdot6\cdot9\cdot$ $\cdot(\bar{8}\vee\bar{2}\vee\bar{4}))\vee2\cdot$ $\cdot(\bar{1}\cdot(\bar{3}\vee\bar{8})\vee\bar{3}\cdot$ $\cdot(\bar{8}\vee\bar{4})\vee\bar{6})$	K_2=6 $P_5P_7\cdot(P_1Q_3P_6(Q_2P_9+$ $+P_2Q_4P_2+P_2Q_8)+$ $+P_2(Q_1P_6(Q_3+P_3Q_8)$ $+Q_6))$	$P^3Q(1+PQ(1+P(3+P)))$	0.10249
	IV	Рис. 6,б	$y_3 \vee y_4 \vee y_5$	K_1=6 $3\cdot6\cdot(1\vee2\cdot7\cdot8\cdot$ $\cdot(\bar{1}\vee\bar{4}))\vee7\cdot(1\cdot6\cdot$ $\cdot(2\cdot4\cdot8\vee5\cdot9)\vee2\cdot5)$	K_2=6 $P_2P_3P_6P_7\cdot(Q_1Q_5P_8-$ $-P_1P_5)+P_1P_6(P_3+$ $+Q_3P_7(P_2P_4Q_5P_8+$ $+Q_2P_5P_9))+P_2P_5P_7$	$P^3(2(1+Q^2P^2))+P^3(Q^2-1)$	0.94368

4. МЕТОДЫ ДЕКОМПОЗИЦИИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Прямое применение логико-вероятностных методов как при ручном, так и при машинном моделировании бывает затруднительным из-за большой размерности исследуемых систем. Во многих случаях эта трудность может быть преодолена путем использования различных приемов декомпозиции. В самом общем смысле под методом декомпозиции будем понимать разделение всей исходной сложной задачи на несколько частных, более простых автономных задач. Эти задали сначала решаются отдельно друг от друга, а затем полученные результаты объединяются (агрегатизируются) в искомую общую модель надежности системы или соответствующую системную числовую характеристику. Ниже приводятся четыре наиболее эффективные в настоящее время метода декомпозиции. Первый из этих методов логико-вероятностная интерпретация известного метода декомпозиции классической теории надежности систем [4]. Второй и третий методы являются новыми и разработаны в рамках ЛВМ моделирования и анализа надежности сложных систем. Четвертый метод представляет собой композицию метода анализа надежности систем с помощью несовместных гипотез [4, 39] и общего логико-вероятностного метода.

4.1 МЕТОД ОДНОСВЯЗНОЙ СТРУКТУРНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ

Этот метод основывается на выделении в схеме функциональной целостности всей рассматриваемой системы S монотонных односвязных (двухполюсных) подсистем $S^{(l)}, \quad l=\overline{1,L}$. При этом каждая выделенная подсистема ациклически связывается с другими (не входящими в $S^{(l)}$) элементами системы только через две свои вершины. Одна из указанных вершин соединяется с другими (внешними для $S^{(l)}$) вершинами СФЦ только посредством заходящих в нее связей функционального подчинения и называется входным полюсом. Вторая вершина связывается с внешними для $S^{(l)}$ вершинами СФЦ только посредством исходящих из нее дуг связей функционального подчинения и называется выходным полюсом. На рис. 7 приведены характерные примеры таких явных монотонных двухполюсных подсистем.

Следует отметить, что в СФЦ помимо явных могут иметь место так называемые неявные монотонные двухполюсные подсистемы, которые всегда могут быть

приведены к явным двухполюсникам посредством введения дополнительных фиктивных вершин. На рис. 8 изображены характерные примеры неявных двухполюсников и схемы приведения их к явному виду. Вариант "а" иллюстрирует приведение к явному двухполюснику фрагмента СФЦ с двумя головными вершинами *3 и 4*, вариант "б" — фрагмент СФЦ с двумя периферийны» вершинами *3, 4* и ЛКЦ $y_3 \vee y_4$ или $\overline{y_3 \vee y_4} = \bar{y}_3 \cdot \bar{y}_4$, а вариант "в" - приведение к двухполюснику условно-многополюсной подсистемы с двумя входными *3, 4* и двумя выходными *5, 6* полюсами.

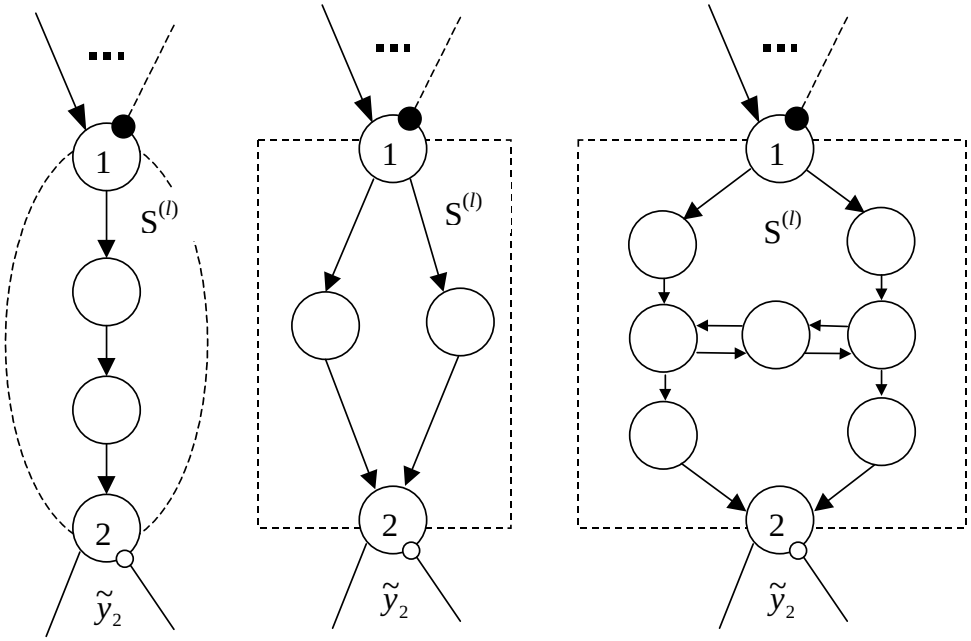
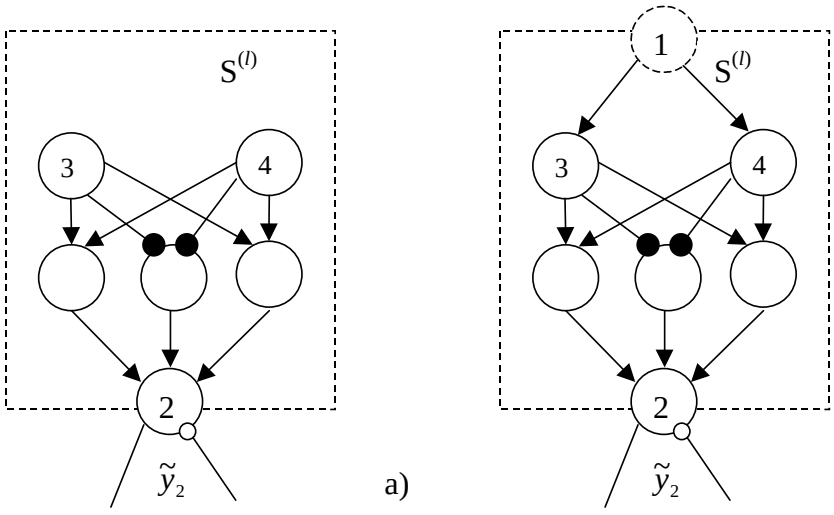
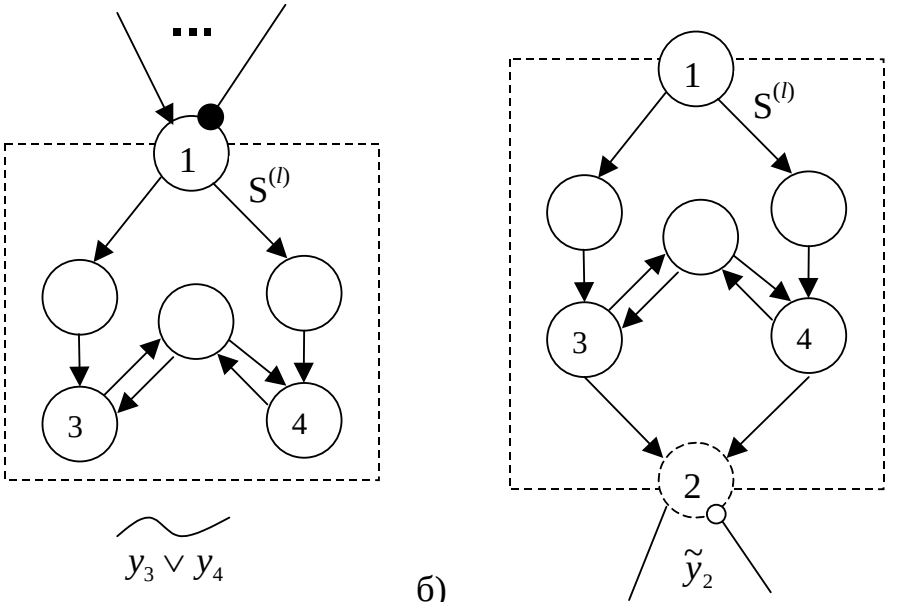


Рис.7. Примеры явных монотонных двухполюсных подсистем



а)



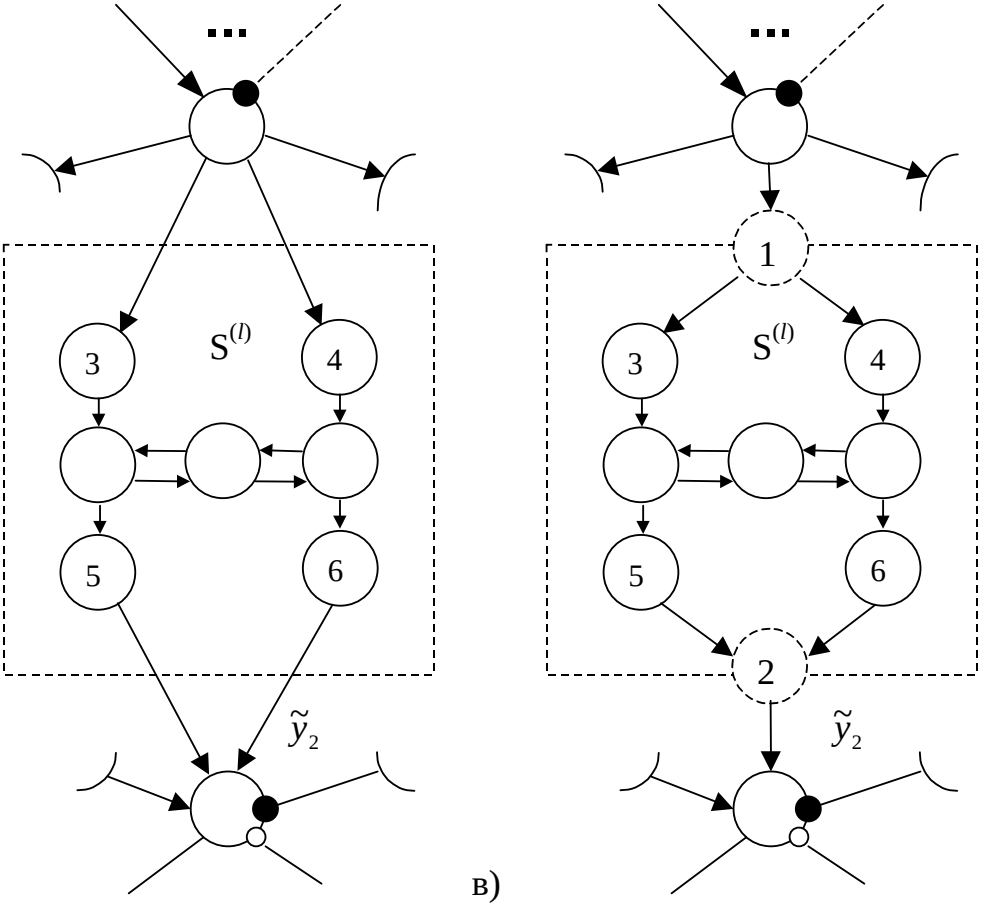


Рис.8. Примеры неявных монотонных двухполюсных систем

Логические условия функционирования и не функционирования рассмотренных двухполюсных монотонных подсистем определяются следующими двумя логическими функциями:

$$\begin{aligned} y_2 &= ¥_1^{(l)} \cdot y_1 = ¥^{(l)}; \\ \bar{y}_2 &= ¥_1^{(l)} \vee \bar{y}_1 = ¥^{-(l)} \end{aligned} \qquad (30)$$

где $¥_1^{(l)}$ и $¥^{(l)}$ - логические ФРС подсистемы $S^{(l)}$ соответственно без учета и с учетом входного полюса. В каждом выражении (30) логическое условие $\tilde{y}_1$ функционирования входного полюса является единственным и его показатель инвертирования однозначно определяется показателем инвертирования выходного полюса $\tilde{y}_2$.

Таким образом, по построению все элементы двухсвязной монотонной подсистемы $S^{(l)}$ в логической модели всей системы *S* в целом являются бесповторными, т. е. не имеют иных связей с другими элементами системы кроме как через два своих полюса. При этом по входному полюсу подсистема $S^{(l)}$ является функционально подчиненной, а по выходному полюсу - обеспечивающей относительно других элементов системы. Внутренние логические условия входа $\tilde{y}_1$ и выхода $\tilde{y}_2$ подсистем этого класса (30) эквивалентны логическим связям входа и выхода простого бинарного элемента системы (см. (1), (2)).

Сказанное позволяет заключить, что все односвязные (двухполюсные) монотонные подсистемы $S^{(l)}$, $l = \overline{1, L}$ могут быть заменена в системе $S^{(l)}$ на эквивалентные обобщенные простые элементы с собственной логической функцией работоспособности $¥^{(l)}$ и соответствующей независимой вероятностной характеристикой $P_{¥(l)} = 1 - Q_{¥(l)}$. Эта замена осуществляется следующим образом.

1. Подсистема $S^{(l)}$ выделяется из *S* как самостоятельная автономная система с головной и периферийной вершинами, соответствующими ее входному и выходному полюсам.

2. Определяется логическая функция собственной работоспособности этой подсистемы

$$¥^{(l)} = ¥^{(l)}\left(\{\tilde{i}\}, i \in K_l\right) \qquad (31)$$

где K_l — множество элементов, входящих в подсистему $S^{(l)}$, включая ее входной и выходной полюсы.

3. Осуществляется переход от (31) к соответствующей вероятностной функции:

$$P_{¥(l)} = P\{¥^{(l)} = I\} = P(\{P_i, Q_i\}, i \in K_i)$$

4. По этой формуле рассчитываются собственные вероятности характеристики $P_{¥(l)}$ и $Q_{¥(l)} = 1 - P_{¥(l)}$ обобщенного элемента $¥^{(l)}$, на который заменяется подсистема $S^{(l)}$.

Замена односвязных монотонных подсистем эквивалентными простыми элементами позволяет упростить общий анализ надежности сложной системы в целом по следующим причинам.

1. Подсистемы $S^{(l)}$, как правило, проще самой системы *S*, а логическое и вероятностное моделирование каждой из них выполняется автономно и независимо друг от друга.

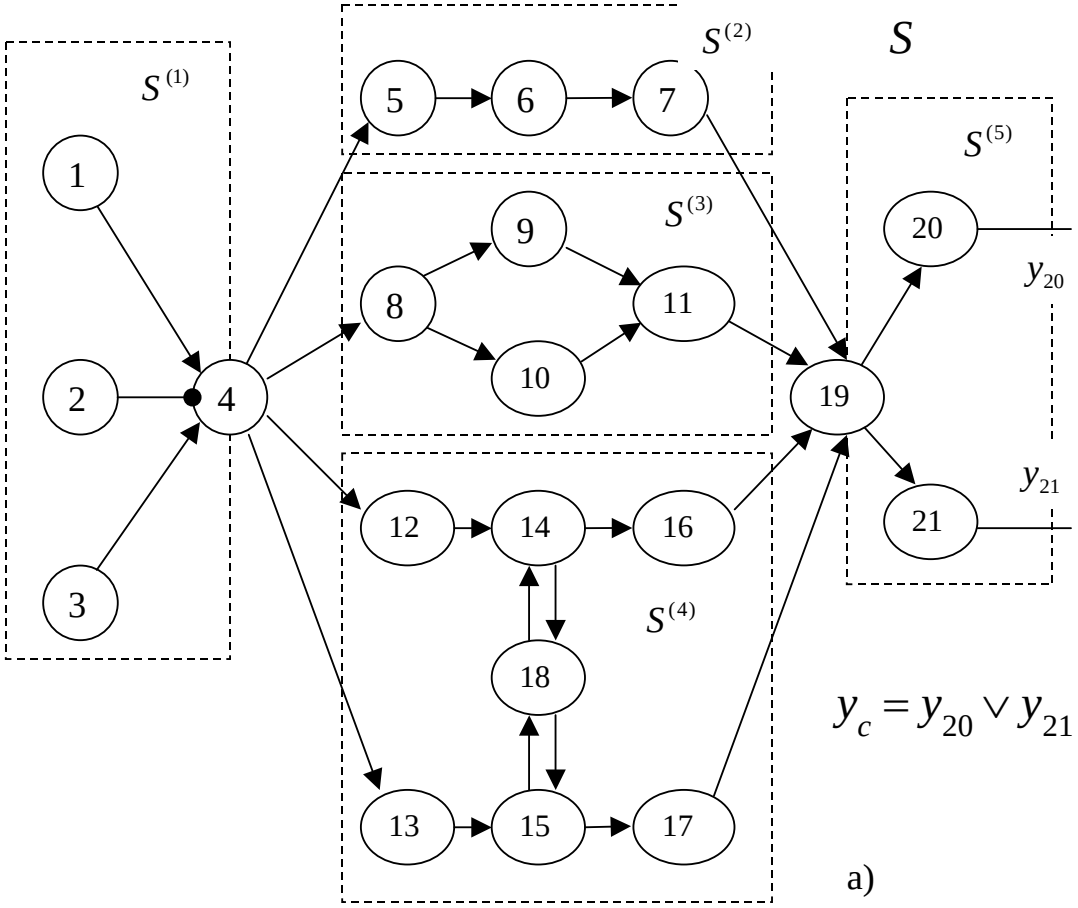
2. Замена в системе *S* всех односвязных монотонных подсистем $S^{(l)}$, $l = \overline{1, L}$ на эквивалентные простые элементы $¥^{(l)}$ сокращает общее число элементов системы и упрощает ее структуру. Это облегчает выполнение завершающих этапов моделирования и расчета показателей надежности сложной системы *S* в целом.

В качестве примера использования метода односвязной структурной декомпозиции рассмотрим систему, исходная СФЦ которой приведена на рис. 9*а*. В ней выделено пять односвязных монотонных подсистем, из которых $S^{(2)}$ и $S^{(3)}$ являются явными, а $S^{(1)}$, $S^{(4)}$ и $S^{(5)}$ - неявными монотонными двухполюсниками с ациклическими взаимными связями функционального подчинения. Заменяя указанные подсистемы эквивалентными простыми элементами, получаем:

$$\begin{aligned}
&¥^{(1)} = 2 \cdot 4 \cdot (1 \vee 3); \quad && P_{¥(1)} = P_2 P_4 (1 - Q_1 Q_3);\\
&¥^{(2)} = 5 \cdot 6 \cdot 7; && P_{¥(2)} = P_5 P_6 P_7;\\
&¥^{(3)} = 8 \cdot 11 (9 \vee 10); && P_{¥(3)} = P_8 P_{11} (1 - Q_9 Q_{10});\\
&¥^{(4)} = 14 \cdot 16 \cdot (12 \vee 18 \cdot 15 \cdot 13) \vee 15 \cdot 17 \cdot (13 \vee 12 \cdot 14 \cdot 18) =\\
&\quad = 14 \cdot 16 \cdot (12 \vee 1\bar{2} \cdot 18 \cdot 15 \cdot 13) \vee 15 \cdot 17 \cdot (13 \vee 1\bar{3} \cdot 12 \cdot 14 \cdot 18);\\
&P_{¥(4)} = P_{14} P_{16} (P_{12} + Q_{12} P_{18} P_{15} P_{13}) \vee P_{15} \cdot P_{17} (P_{13} + Q_{13} P_{12} P_{14} P_{18}) -\\
&\quad - P_{14} P_{16} P_{12} P_{15} P_{17} P_{13};\\
&¥^{(5)} = 19 \cdot (20 \vee 21); \quad && P_{¥(5)} = P_{19} (1 - Q_{20} Q_{21}).
\end{aligned} \tag{32}$$

Теперь вся система *S* приведена к виду, изображенному на рис. 9б. В новом базисе (32) логических переменных $¥^{(1)}, \ldots, ¥^{(5)}$ и вероятностных характеристик $P_{¥(1)}, \ldots, P_{¥(5)}$ искомые ФРС и ВФ системы *S* в целом составляют:

$$y_c = y_{20} \vee y_{21} = y_{¥(5)} = ¥^{(1)} \cdot ¥^{(5)} \cdot \left(¥^{(2)} \vee ¥^{(3)} \vee ¥^{(4)}\right) =$$
$$= ¥^{(1)} \cdot ¥^{(5)} \cdot \left(\overline{¥^{(2)} \vee ¥^{(3)} \vee ¥^{(4)}}\right);$$
$$P_c = P_{¥(1)} P_{¥(5)} \left(1 - Q_{¥(2)} Q_{¥(3)} Q_{¥(4)}\right)$$



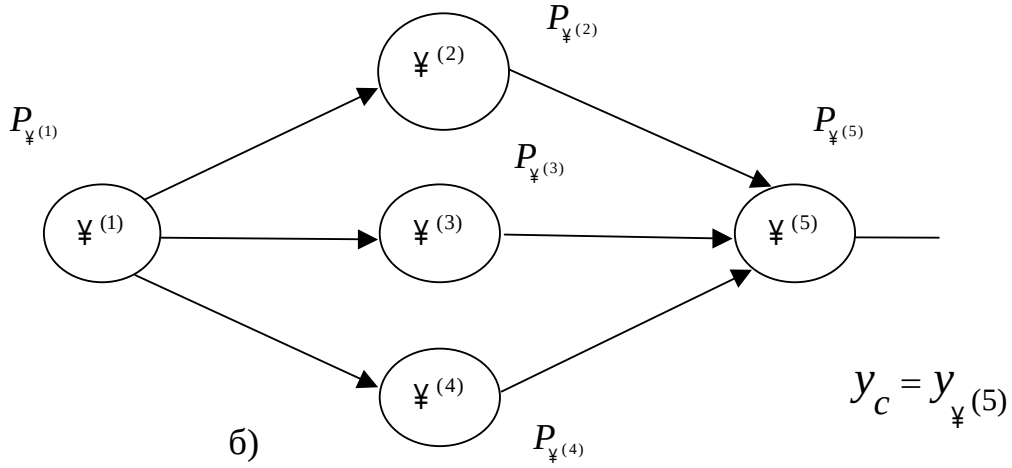


Рис.9. Пример использования односвязной структурной декомпозиции

Следует подчеркнуть, что рассмотренный метод декомпозиции применим только в тех случаях, когда система S имеет в своем составе односвязные (двухполюсные) и монотонные подсистемы $S^{(l)}$ На рис.10 приведены простейшие примеры односвязной немонотонной ("а") и многосвязной монотонной ("б") подсистем. В частности их собственные логические функции работоспособности

$$y_2 = 2 \cdot 7 \cdot y_1 \vee 2 \cdot 8 \cdot \bar{y}_1; \qquad y_5 \cdot y_6 = 5 \cdot 6 \cdot (y_3 \cdot y_4 \vee 9 \cdot (y_3 \vee y_4)) \tag{33}$$

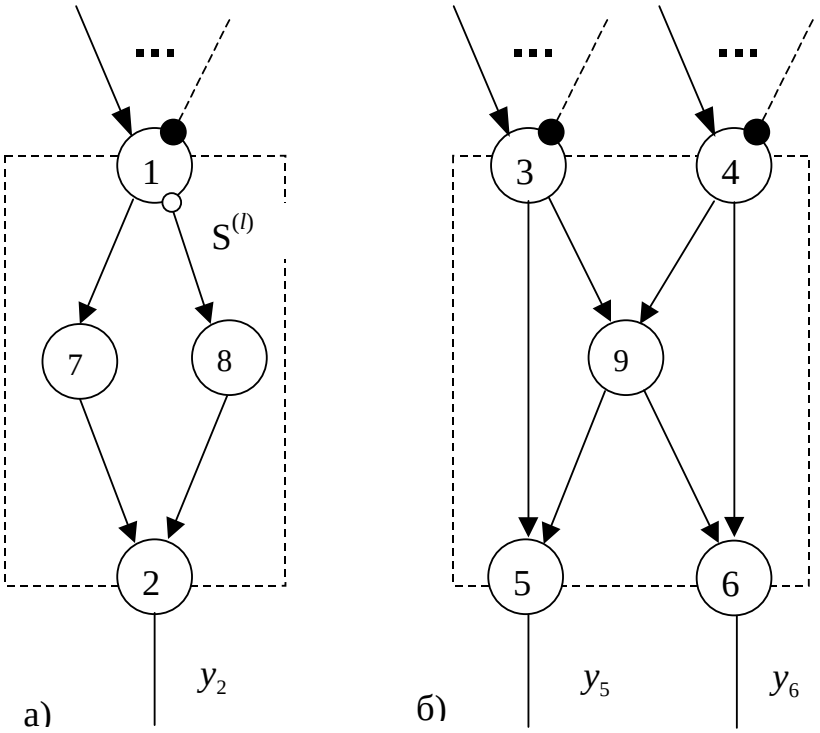


Рис.10. Примеры немонотонной (а) и многосвязной (б) подсистем

Как видно из (33), в обоих случаях имеют место несколько различных логических условий функционирования входных полюсов.

Это не позволяет заменить указанные подсистемы эквивалентными простыми элементами и применить метод односвязной структурной декомпозиции.

4.2. МЕТОД ЛОГИЧЕСКОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ

В отличие от структурной логическая декомпозиция не предусматривает каких-либо специальных преобразований исходной структуры рассматриваемой системы. На более простые и автономные части разбивается сама задача логико-

вероятностного моделирования и расчета показателей надежности системы *S*. Это достигается путем разделения общего логического критерия целостности *Y* системы (3) на несколько более простых частных логических критериев функционирования (ЛКФ) Y_k, $k=\overline{1,K}$ и установления арифметической связи ψ между вероятностями соответствующих событий $P\{Y_k\}$

$$P_c = P\{Y\} = \cdot \left(P\{Y_k\}, \quad k=\overline{1,K}\right) \tag{34}$$

Как и ЛКЦ *Y*, все ЛКФ $Y_k, k=\overline{1,K}$ являются логически) функциями от условий $\tilde{y}_i$ функциональной работоспособности и функциональной неработоспособности соответствующих вершин *i* СФЦ рассматриваемой системы. Арифметическая форма выражения (34) позволяет по каждому выделенному ЛКФ Y_k выполнять автономное моделирование и расчет требуемых показателей надежное системы. Далее, согласно (34), выполняется построение общей ВФ или расчет искомого показателя надежности P_c всей системы в целом.

Как видно из сказанного, основная идея логической декомпозиции состоит в разделении исходного пространства состояний *I* рассматриваемой системы на различные подмножества $Y_k, k=\overline{1,K}$ которые в совокупности строго и однозначно определяют исследуемую область *Y* состояний системы. Цель логической декомпозиции достигается, если автономное логико-вероятностное моделирование и расчет показателей надежности составляющих $P\{Y_k\}, k=\overline{1,K}$, оказывается более простым, чем анализ системы непосредственно всей области *Y* целом. Поэтому главным для эффективного применения метода логической декомпозиции является построение выражения (34) на основе правильного выделения наиболее простых ЛКФ Y_k и установление соответствующей арифметической взаимосвязи ψ между вероятностями $P\{Y_k\}$.

Общая методика выполнения логической декомпозиции основывается на известных приемах перехода от логических к вероятностным функциям. Однако эти преобразования исходного ЛКЦ *Y* должны осуществляться в форме, позволяющей определить окончательный вид каждого ЛКФ Y_k и точную аналитичеССС связь ψ между вероятностями соответствующих событий $P\{Y_k\}$.

Для рассмотренного выше комбинированного метода перехода от логических к вероятностным функциям (см. § 3) отличия в определении функции (34) имеют формальный характер и состоят в следующем.

1. Ортогонализация исходного ЛКЦ $\overline{Y}$ выполняется по известным правилам алгебры логики, и в частности по одному логическому условию, аналогично (22):

$$¥ \cdot \tilde{y}_i \vee ¥ \cdot ¨ = ¥ \cdot \tilde{y}_i \vee ¥ \cdot ¨ \cdot \bar{\tilde{y}}_i \qquad (35)$$

Выполнение этого шага не является обязательным и осуществляется только в случаях, когда инвертирование составляющих ЛКЦ приводит к более простым формам ЛКФ.

2. В выражении ЛКЦ Y выделяются ЛКФ $Y_{\text{г}}$ и заменяются обозначениями соответствующих вероятностей. Например:

$$\begin{gathered} \tilde{y}_i \Rightarrow P\{\tilde{y}_i\}; \\ \tilde{y}_i \vee \tilde{y}_j \Rightarrow P\{\tilde{y}_i \vee \tilde{y}_j\}; \\ \tilde{y}_i \cdot \tilde{y}_j \Rightarrow P\{\tilde{y}_i \cdot \tilde{y}_j\} \end{gathered} \qquad (36)$$

3. В полученном после выполнения п. 2 совмещенном выражении все логические операции • и **V** между обозначениями вероятностей $P\ \{Y_{\text{k}}\}$ заменяются на арифметические операции по правилам, аналогичным (24) и (25):

$$P\{Y_j\} \cdot P\{Y_k\} \Rightarrow \begin{cases} P\{Y_j\}, & Y_j = Y_k; \\ 0, & Y_j \cdot Y_k = 0; \\ P\{Y_j \cdot Y_k\}, & Y_j \neq Y_k, \quad Y \cdot Y_k \neq 0; \\ P\{Y_j\} P\{Y_k\}, & Y_j \ \textit{и} \ Y_k \ \textit{бесповторных по структуре СФЦ} \end{cases} \qquad (37)$$

$$P\{Y_j\} \vee P\{Y_k\} \Rightarrow \begin{cases} P\{Y_j\}, & Y_j = Y_k; \\ 1, & Y_j = \bar{Y}_k; \\ P\{Y_j\} + P\{Y_k\}, & Y \cdot Y_k = 0; \\ P\{Y_j\} + P\{Y_k\} - P\{Y_j\} \cdot P\{Y_k\}, & Y_j \neq Y_k; \quad Y_j \neq \bar{Y}_k; \quad Y_j \cdot Y_k \neq 0; \end{cases} \qquad (38)$$

Как видим, преобразования (37) и (38) могут изменить исходный состав ЛКФ $\{Y_{\text{k}}\}$, выделенных на втором шаге (см. п. 2) данной методики.

Полученная в результате указанных преобразований вероятностная форма ψ логического критерия Y системы может быть приведена к окончательному виду раскрытием инверсий ЛКФ

$$P\{\bar{Y}_j\} = 1 - P\{Y_j\} = Q\{Y_j\} \qquad (39)$$

Последнее преобразование (39) не является обязательным и применяется только для упрощения ЛКФ $Y_k, k = \overline{1, K}$ в искомой вероятностной форме (34) ЛКЦ системы.

Дальнейшее моделирование и расчет показателей надежности системы заключается в определении логических и вероятностных функций надежности по каждому ЛКФ $Y_k, k = \overline{1, K}$ в отдельности с помощью ЛВМ. По полученным ВФ вычисляются вероятности $P\ \{Y_{\text{k}}\}$ соответствующих событий, а их объединение со-

гласно (34) позволяет получить искомую вероятностную характеристику P_c всей системы.

Следует отметить, что аналогично может быть получено и аналитическое выражение P_c, для чего объединению согласно (34) подлежат аналитические выражения соответствующих вероятностей $P\{Y_k\}, \quad k=\overline{1,K}$.

Практическое применение метода логической декомпозиции рассмотрим на следующем примере.

На рис. 11а приведена СФЦ системы, имеющей два входных (головные вершины /, *2)* и два выходных (периферийные вершины *5,6)* элемента (полюса). ЛКЦ системы составляет

$$Y = y_5 \vee y_6 \tag{40}$$

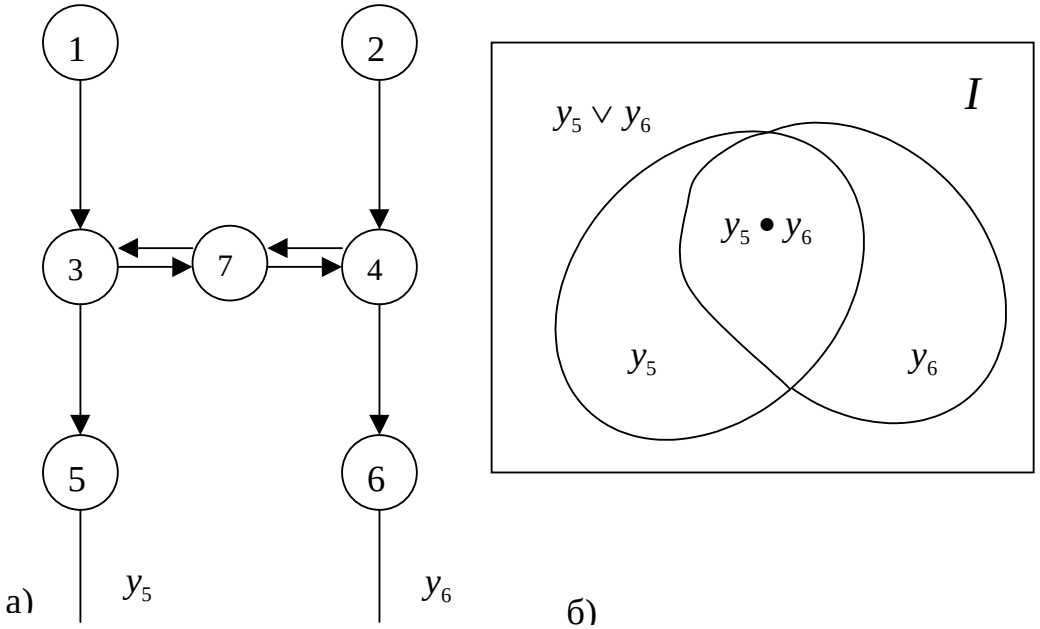


Рис.11. СФЦ и разбиение пространства состояний системы методом логической декомпозиции

Определим методом логической декомпозиции вероятностную функцию, полином ВФ для равнопараметрического случая $P_1 = P_2 = ... = P_7 = P$ и рассчитаем вероятность безотказной работы системы для *P*= 0,9.

1. Ортогонализацию исходного ЛКЦ (40)не выполняем, поскольку это не приводит к образованию более простых ЛКФ.

2. В выражении ЛКЦ (40) выделяем два более простых начальных ЛКФ y_5, y_6 и переходим к совмещенной форме соответствующей ВФ

$$P_c = P\{Y\} = P\{y_5 \vee y_6\} = P\{y_5\} \vee P\{y_6\} \tag{41}$$

3. По правилам (37), (38) раскрываем в выражении (41) операцию **V** логического сложения и получаем искомую вероятностную форму ЛКЦ системы

$$P_c = P\{y_5\} + P\{y_6\} - P\{y_5 \cdot y_6\} \quad (42)$$

Таким образом, вся задача логико-вероятностного моделирования и расчета надежности системы разделена на три автономные частные задачи, определяемые ЛКФ y_5, y_6 и $y_5 \cdot y_6$ Схема разбиения пространства состояний работоспособности системы этими ЛКФ приведена на рис. 11,б. Далее с помощью ЛВМ выполняем решение указанных частных задач:

$$\begin{aligned} y_5 &= 5 \cdot 3 \cdot (1 \vee 2 \cdot 4 \cdot 7) = 5 \cdot 3 \cdot (1 \vee \overline{1} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7); \\ P\{y_5\} &= P_5 P_3 (P_1 + Q_1 P_2 P_4 P_7) = P^3 (1 + QP^2) = 0{,}788049; \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} y_6 &= 6 \cdot 4 \cdot (2 \vee 1 \cdot 3 \cdot 7) = 6 \cdot 4 \cdot (2 \vee 1 \cdot \overline{2} \cdot 3 \cdot 7); \\ P\{y_6\} &= P_6 P_4 (P_2 + P_1 Q_2 P_3 P_7) = P^3 (1 + QP^2) = 0{,}788049; \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} y_5 \cdot y_6 &= 5 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 4 \cdot (1 \cdot 2 \vee 1 \cdot 7 \vee 2 \cdot 7) = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot (1 \cdot 2 \vee 1 \cdot \overline{2} \cdot 7 \vee \overline{1} \cdot 2 \cdot 7); \\ P\{y_5 \cdot y_6\} &= P_5 P_3 P_6 P_4 (P_1 P_2 + P_1 Q_2 P_7 + Q_1 P_2 P_7) = P^6 (1 + 2Q) = 0{,}637729 \end{aligned} \quad (45)$$

Подставляя (43), (44) и (45) в (42), окончательно получаем:

а) вероятность безотказной работы

$$P_c = 0{,}788049 + 0{,}788049 - 0{,}637729 = 0{,}938369; \quad (46)$$

б) равнопараметрический полином

$$P_c = P^3 (1 + QP^2) + P^3 (1 + QP^2) - P^6 (1 + 2Q) = 2P^3 (1 + QP^2) - P^6 (1 + 2Q); \quad (47)$$

в) вероятностная функция

$$P_c = P_5 P_3 (P_1 + Q_1 P_2 P_4 P_7) + P_6 P_4 (P_2 + P_1 Q_2 P_3 P_7) - P_5 P_3 P_6 P_4 (P_1 P_2 + P_1 Q_2 P_7 + Q_1 P_2 P_7) \quad (48)$$

Правильность результатов (46), (47) и (48) подтверждается их совпадением с решениями этой задачи, приведенными в [36]. Сравнение с [36] показывает, что метод логической декомпозиции потребовал значительно меньше трудозатрат на ручное решение данной задачи, чем известные методы разрезания, ортогонализации, табличный и схемно-логический.

В общем случае эффективность применения метода логической декомпозиции определяется отысканием более простых, чем исходный ЛКЦ, частных ЛКФ системы. Однако "простота" здесь заключается не в простоте форм самих ЛКФ, а в простоте построения соответствующих частных логических и вероятностных моделей. При это последнее зависит не только от формы ЛКФ, но и от многих других факторов, а именно - структуры системы, разных или одинаковых параметров надежности элементов, ручных или машинных методов моделирования и т.п. Поэтому правильное выделение ЛКФ при логической декомпозиции во многом определяется навыками и практическим опытом исследователя и конкретным видом решаемой задачи.

Относительно последнего положения можно отметить, что в рамках монотонного ЛВМ всегда существовали два относительно самостоятельных подхода к анализу надежности систем. Первый из них основывался на моделировании надеж-

ности систем с помощью КПУФ, а второй - с помощью МСО. Нетрудно заметить, что оба у подхода не что иное, как одна из простейших форм логической декомпозиции общей задачи. Действительно, если исходный ЛКЦ Y системы определяет работоспособность монотонной системы, то соответствующая логическая ФРС всегда представляет собой совокупность КПУФ системы. Преобразуя указанный логический критерий Y к виду

$$P\{Y\} = 1 - P\{\overline{Y}\} \tag{49}$$

получаем единственный ЛКФ $\overline{Y}$.

Логическая модель монотонной системы, соответствующая ЛКФ $\overline{Y}$, представляет собой МСО.

Иногда моделирование надежности систем на основе МСО оказывается более простым. Так, при решении первого варианта примера (см. п.1, табл. 2) была построена ФРС в 92 КПУФ и ВФ в 199 одночленов. При решении второго варианта этого примера на было сформировано 31 МСО и соответствующая ВФ в 200 одночленов. На решение второго варианта затрачено в два раза меньше времени.

Не следует, однако, абсолютизировать преимущества или недостатки одного или другого из указанных подходов. При точном моделировании для этого нет никакой физической основы и для различных монотонных систем могут оказаться более простыми процессы моделирования как на основе КПУФ, так и на основе МСО.

Практика применения метода логической декомпозиции показа его особенно высокую эффективность при использовании машинных методик логико-вероятностного моделирования. Помимо причин отмеченных выше, это обусловлено еще и тем, что ортогонализация исходного ЛКЦ часто помогает осуществить на ЭВМ более глубокую ортогонализацию самой формируемой ФРС, что часто экономит память и повышает скорость машинного моделирования надежности системы комбинированным методом. Проиллюстрируем сказанное следующим примером.

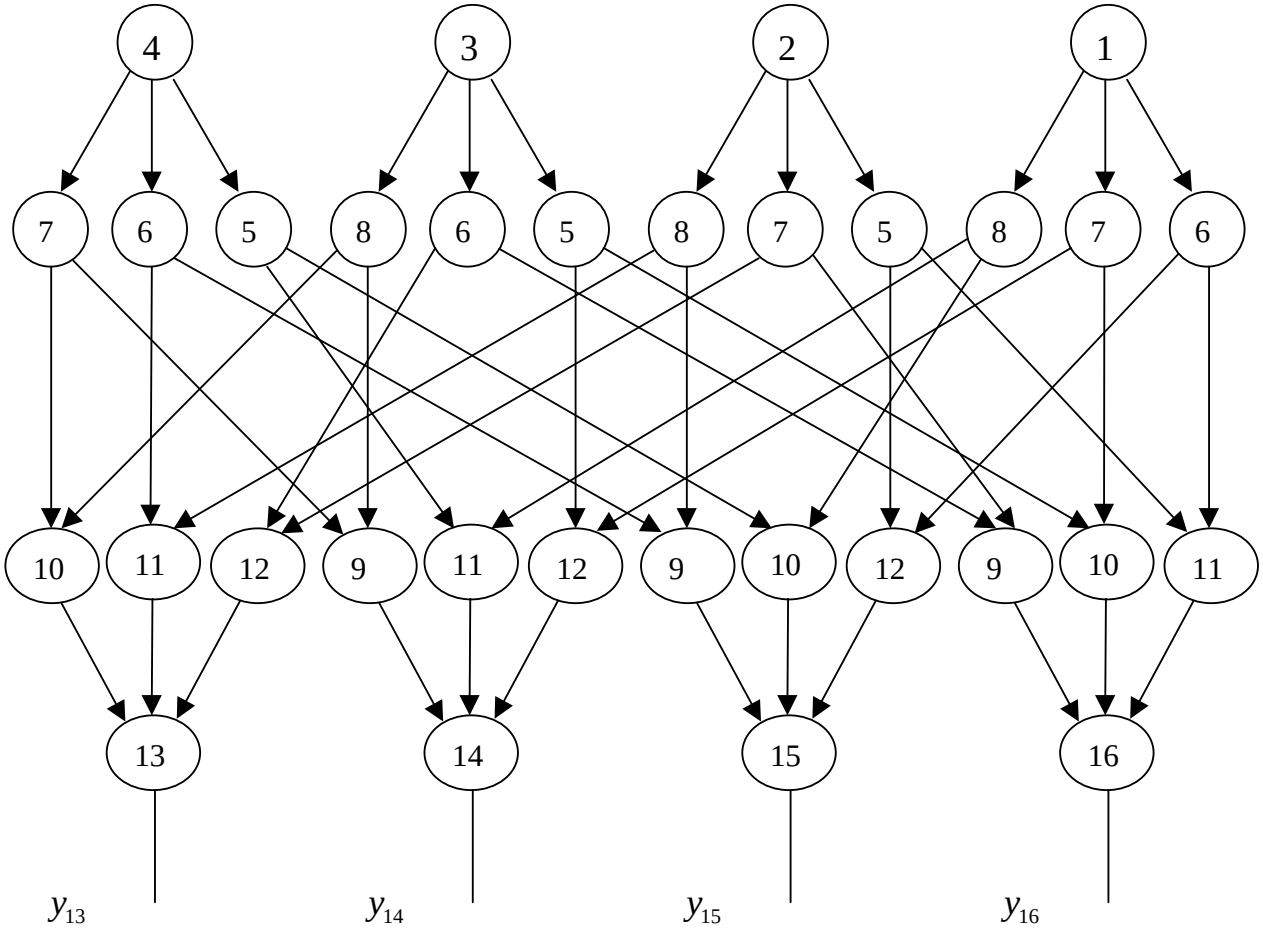


Рис.12. СФЦ многофункциональной системы

На рис. 12 приведена СФЦ системы, состоящей из 16 элементов. Элементы 5-*12* являются многофункциональными и представлены в СФЦ несколькими размноженными вершинами с одинаковыми системными номерами.

Общая работоспособность этой системы определяется ЛКЦ

$$Y = y_{13} \vee y_{14} \vee y_{15} \vee y_{16} \qquad (50)$$

Прямое решение по ЛКЦ (50) характеризуется логической ФРС в 24 КПУФ, которые отличаются друг от друга не менее чем двумя простыми логическими переменными. Это не позволяет на этапе перехода к ВФ выполнить ни одного ортогонализирующего преобразования ФРС вида (22), т. е. по одной логической переменной. Поэтому в данном случае переход к ВФ определяется только правилами символического преобразования ФРС, число которых и объем ВФ характеризуются примерно числом, равным 2^{24}-1. Для такого огромного объема преобразований памяти СМ ЭВМ оказалось недостаточно. По тем же причинам не решилась и обратная задача, т. е. по МСО (49).

Данную задачу удалось решить на СМ ЭВМ методом логической декомпозиции критерия (50) и приведения его к полностью ортогональному виду

$$Y = y_{13} \vee y_{14} \vee y_{15} \vee y_{16} = y_{13} \vee y_{14} \cdot \bar{y}_{13} \vee y_{15} \cdot \bar{y}_{14} \cdot \bar{y}_{13} \vee y_{16} \cdot \bar{y}_{15} \cdot \bar{y}_{14} \cdot \bar{y}_{13};$$
$$P_c = P\{y_{13}\} + P\{y_{14} \cdot \bar{y}_{13}\} + P\{y_{15} \cdot \bar{y}_{14} \cdot \bar{y}_{13}\} + P\{y_{16} \cdot \bar{y}_{15} \cdot \bar{y}_{14} \cdot \bar{y}_{13}\} \quad (51)$$

Общий объем ФРС системы, полученной на основе ЛКФ (51), составил 126 конъюнкций. На переход от этой ФРС к ВФ потребовалось около 8 мин процессорного времени. Объем полученной ВФ-693 одночлена, контрольный равнопараметрический расчет для P = 0,7 определил P_c = 0,928169.

4.3. МЕТОД МНОГОСВЯЗНОЙ СТРУКТУРНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ

В отличие от рассмотренного ранее метода односвязной декомпозиции (см. п. 4.1) многосвязная структурная декомпозиция охватывает более широкий класс подсистем $S^{(l)}$, $l = \overline{1, L}$, на которые разделяется рассматриваемая система S в целом. Снимаются ограничения на монотонность и односвязность (двухполюсность) подсистем $S^{(l)}$. Теперь эти подсистемы могут обладать любой сложностью и иметь любое число входных и выходных полюсов. Сохраняется ограничение только на ацикличность связей данной подсистемы $S^{(l)}$ с другими элементами системы S. Уточним, что ацикличность в данном случае означает (см. рис. 10):

1) все входные полюсы подсистемы $S^{(l)}$ являются либо головными, либо связаны с другими (не входящими в $S^{(l)}$) элементами только посредством заходящих в $S^{(l)}$ связей функционального подчинения;

2) все выходные полюсы являются либо периферийными (конечными), либо связаны с другими элементами системы только посредством исходящих из $S^{(l)}$ связей функционального подчинения.

Соотнесем входные и выходные полюсы многосвязных подсистем $S^{(l)}$ соответственно со входными и выходными логическими критериями функционирования. Тогда автономное логико-вероятностное моделирование и анализ надежности подсистем $S^{(l)}$ рассматриваемого класса могут быть выполнены на основе следующих положений.

1. Входные полюсы рассматриваются как головные, а выходные - как периферийные элементы автономной подсистемы $S^{(l)}$.

2. Выходной ЛКФ принимается за исходный критерий целостности подсистемы $S^{(l)}$ и по ее СФЦ определяется соответствующая логическая ФРС (см. § 2). В этой ФРС все элементы $S^{(l)}$, кроме входных полюсов, представляются простыми логическими переменными $\tilde{i} = \{i, \bar{i}\}$. Входные полюсы j в ФРС представляются

обозначениями условий $\tilde{y}_j$, их функциональной работоспособности y_j, или функциональной неработоспособности $\bar{y}_j$.

3. Сформированная логическая ФРС подсистемы $S^{(l)}$ преобразуется в вероятностную функцию. При этом все простые логические переменные $\tilde{i}$ заменяются обозначениями соответствующих вероятностных характеристик элементов P_i, Q_i, а условия $\tilde{y}_j$ группируются во входные ЛКФ Y_k и заменяются обозначениями вероятностей соответствующих событий $P\{Y_k\}$. При этом логические операции заменяются на арифметические как по правилам (*24*)-(26), так и по правилам (37-39). Как видим, здесь происходит непосредственное объединение ЛВМ и метода логической декомпозиции моделирования и анализа надежности систем.

4. Ацикличность связей между подсистемами является условием бесповторности всех входящих в $S^{(l)}$ элементов в общей модели надежности всей системы *S*. Поэтому в полученной ВФ подсистемы $S^{(l)}$ все P_i и Q_i могут быть заменены соответствующими числовыми значениями показателей надежности элементов и выполнены возможные арифметические преобразования. В результате ВФ приобретает форму, содержащую только обозначение $P\{Y_k\}$ вероятностей входных ЛКФ подсистемы $S^{(l)}$ с определенными числовыми коэффициентами перед ними.

Так, автономное моделирование подсистем, изображенных на рис. 10, по исходным ЛКФ (33) позволяет получить:

а) для подсистемы на рис. 10а

$$\begin{aligned} &y_2 = 2\cdot 7\cdot y_1 \vee 2\cdot 8\cdot \bar{y}_1; \\ &P\{y_2\} = P_2P_7\{y_1\} + P_2P_8\{\bar{y}_1\}; \end{aligned} \tag{52}$$

б) для подсистемы на рис. 10б

$$\begin{aligned} &y_5\cdot y_6 = 5\cdot 6\cdot y_3\cdot y_4 \vee 5\cdot 6\cdot 9\cdot (y_3 \vee y)_4; \\ &P\{y_5\cdot y_6\} = P_5P_6P\{y_3\cdot y_4\} + P_5P_6P_9P\{y_3 \vee y\} - P_5P_6P_9\{y_3\cdot y_4\} \end{aligned} \tag{53}$$

В выражении (52) выделены входные ЛКФ y_1 и $\bar{y}_1$, а в выражение (53) - ЛКФ $y_3\cdot y_4$ и $y_3 \vee y_4$.

Рассмотренный автономный анализ надежности подсистем $S^{(l)}$, $l=\overline{1,L}$ является основой общего моделирования и расчета показателей надежности всей системы *S* методом многосвязной структурной декомпозиции. Этот процесс в целом может быть представлен следующими основными действиями.

1. Начальная декомпозиция. Рассматриваемая система *S* разделяется на *L* в общем случае многосвязных подсистем $S^{(l)}$, $l=\overline{1,L}$. Это разделение осуществля-

ется путем сечения СФЦ системы *S* по ациклическим функциональным или фиктивным вершинам, которые для каждой $S^{(l)}$ образуют множества входных и выходных полюсов. Условие ацикличности связей между подсистемами $S^{(l)}$ приводит к тому, что если указанное разделение возможно, то вся система *S* представляется в виде определенных последовательностей (цепей) функционально подчиненных многосвязных подсистем $S^{(l)}$, $l=\overline{1,L}$. При этом в общем случае выходными полюсами первой подсистемы $S^{(1)}$ являются периферийные (конечные) вершины СФЦ системы *S*, а входными полюсами последней подсистемы $S^{(l)}$ - головные вершины СФЦ. Остальные полюсы выступают как непосредственные связи между подсистемами, т. е. входные полюсы данной подсистемы $S^{(l)}$ всегда являются и выходными полюсами предыдущей $S^{(l+1)}$ подсистемы. Характерный пример СФЦ многосвязной системы такого типа приведен на рис. 13. Следует отметить, что некоторые головные и периферийные вершины могут присутствовать и в промежуточных подсистемах. Однако это не меняет общей методики многосвязной структурной декомпозиции

2. Последовательный анализ подсистем. Здесь для первой пол системы $S^{(1)}$ назначается выходной ЛКФ, совпадающий с исходным ЛКЦ всей системы *S* в целом. Далее выполняются *L* последовательных однотипных этапов декомпозиционного моделирования и комплексного анализа надежности подсистем $S^{(l)}$, $l=\overline{1,L}$. Каждый из этих этапов $l=\overline{1,L}$ разделяется на следующие три основных шага раскрытия очередной подсистемы $S^{(l)}$.

2.1. По каждому из выходных ЛКФ, определенных на предшествующем этапе с номером (*l*-1), осуществляются автономное логико-вероятностное моделирование и анализ надежности данной подсистемы $S^{(l)}$ по правилам, которые были изложены выше.

2.2. Полученные результаты подставляются в общую вероятностную функцию P_c системы, сформированную на предыдущем (*l*-1)-м шаге, и выполняются необходимые аналитические или арифметические преобразования полученного выражения.

2.3. Все входные ЛКФ, образовавшиеся в полученном для P_c выражении, далее рассматриваются как исходные выходные ЛКФ для следующего этапа раскрытия очередной подсистемы $S^{(l+1)}$.

3. Завершение. Указанный процесс декомпозиционного моделирования и анализа завершается на этапе раскрытия последней подсистемы $S^{(L)}$, когда новых

ЛКФ не образуется и последовательно формируемая вероятностная функция приводится к одному числу - искомой вероятностной характеристике P_c всей исследуемой системы S в целом.

Следует отметить, что в данном случае, как и в методе логической декомпозиции, может быть получено не только числовое значение, но и аналитическое выражение искомой вероятностной характеристики надежности P_c рассматриваемой системы. Для этого в п. 2.2 в предыдущее выражение P_c подставляются не числовые, а аналитические результаты моделирования подсистемы $S^{(l)}$.

Практическое применение метода многосвязной структурной декомпозиции рассмотрим на примере расчета коэффициента готовности системы, СФЦ которой приведена на рис. 13. Для удобства расчетов вероятностные параметры готовности элементов примем пропорциональными их номерам в СФЦ, а именно

$P_1 = 0{,}1;$ $P_2 = 0{,}2;$ ... ; $P_i = 0{,}i;$ ... ; $P_{15} = 0{,}15.$

В рассматриваемой системе выделены четыре многосвязные подсистемы, ациклически связанные между собой. Соответствующие сечения на рис. 13 указаны пунктирными линиями.

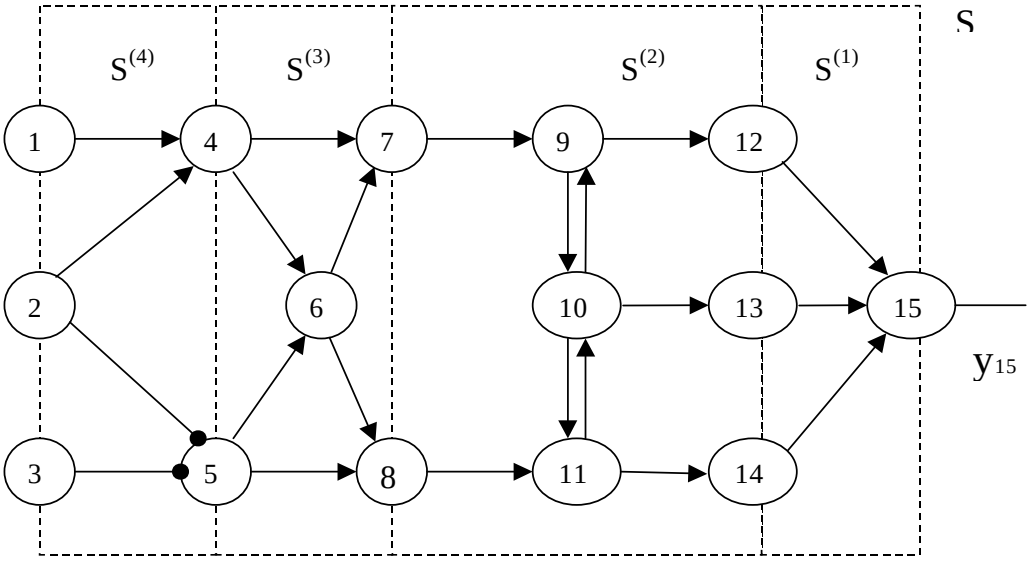


Рис.13. СФЦ многосвязной системы

Этап 1. Выходной ЛКФ подсистемы $S^{(l)}$ совпадает с ЛКЦ всей системы S и равен условию y_{15}. Выполняем автономное моделирование подсистемы $S^{(1)}$ по этому ЛКФ, полагая вершины 12, 13 и 14 головными:

$$y_{15} = 15 \cdot (y_{12} \vee y_{13} \vee y_{14});$$
$$P_c = P(y_{15}) = P_{15} P\{y_{12} \vee y_{13} \vee y_{14}\} = 0{,}15 P\{y_{12} \vee y_{13} \vee y_{14}\} \quad (54)$$

Выражение (54) является исходной (начальной) формой искомой вероятностной функции

всей системы. В ней определен единственный ЛКФ $y_{12} \vee y_{13} \vee y_{14}$, который является выходным для следующего этапа автономного моделирования и анализа подсистемы $S^{(2)}$.

Этап 2. Полагая вершины *7* и *8* головными, определяем логичеССССю ФРС подсистемы $S^{(2)}$ для ЛКФ $y_{12} \vee y_{13} \vee y_{14}$ и выполняем в ней возможные ортогонализующие преобразования (22) по одной логической переменной

$$y_{12} \vee y_{13} \vee y_{14} = y_7 \cdot 9 \cdot (12 \vee 10 \cdot 13 \vee 10 \cdot 11 \cdot 14) \vee y_8 \cdot 11 \cdot (14 \vee 10 \cdot 13 \vee 10 \cdot 9 \cdot 12) =$$
$$= y_7 \cdot 9 \cdot (12 \vee 10 \cdot 1\overline{2} \cdot 13 \vee 10 \cdot 11 \cdot 1\overline{2} \cdot 1\overline{3} \cdot 14) \vee y_8 \cdot 11 \cdot (14 \vee 10 \cdot 13 \cdot 1\overline{4} \vee 9 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 1\overline{3} \cdot 1\overline{4})$$

Переходя к вероятностной форме, окончательно получаем

$$\begin{aligned} &P\{y_{12} \vee y_{13} \vee y_{14}\} = P\{y_7\}P_9(P_{12} + P_{10}Q_{12}P_{13} + P_{10}P_{11}Q_{12}Q_{13}P_{14}) + \\ &+ P\{y_8\}P_{11}(P_{14} + P_{10}P_{13}Q_{14} + P_9P_{10}P_{12}Q_{13}Q_{14}) - P\{y_7 \cdot y_8\}P_9P_{11} \cdot \\ &\cdot (P_{12}P_{14} + P_{10}P_{12}P_{13}Q_{14} + P_{10}P_{12}Q_{13}Q_{14} + P_{10}Q_{12}P_{13}P_{14} + P_{10}Q_{12}P_{13}Q_{14} + P_{10}Q_{12}Q_{13}P_{14}) = \\ &= 0{,}119357\,P\{y_7\} + 0{,}017519P\{y_8\} - 0{,}004879P\{y_7 \cdot y_8\} \end{aligned} \tag{55}$$

Подставляя (55) в (54), определяем очередную форму искомой вероятностной функции системы

$$P_c = 0{,}15 \cdot (0{,}119357\,P\{y_7\} + 0{,}017519\,P\{y_8\} - 0{,}004879\,P\{y_7 \cdot y_8\}) \tag{56}$$

Здесь выделены три входные ЛКФ y_7, y_8 и $y_7 \cdot y_8$ которые являются выходными для следующей подсистемы $S^{(3)}$.

Этап 3. Осуществляем автономное моделирование и анализ надежности подсистемы $S^{(3)}$ по выделенным на предыдущем этапе трем выходным ЛКФ:

$$\begin{aligned} &y_7 = 7 \cdot (y_4 \vee 6 \cdot y_5); \\ &P\{y_7\} = P_7P\{y_4\} + P_6P_7P\{y_5\} - P_6P_7P\{y_4 \cdot y_5\} = \\ &= 0{,}7P\{y_4\} + 0{,}42P\{y_5\} - 0{,}42P\{y_4 \cdot y_5\} \end{aligned} \tag{57}$$

$$\begin{aligned} &y_8 = 8 \cdot (6 \cdot y_4 \vee y_5); \\ &P\{y_8\} = P_6P_8P\{y_4\} + P_8P\{y_5\} - P_6P_8P\{y_4 \cdot y_5\} = \\ &= 0{,}48P\{y_4\} + 0{,}8P\{y_5\} - 0{,}48P\{y_4 \cdot y_5\} \end{aligned} \tag{58}$$

$$\begin{aligned} &y_7 \cdot y_8 = 7 \cdot 8 \cdot (y_4 \cdot y_5 \vee 6 \cdot y_4 \vee 6 \cdot y_5); \\ &P\{y_7y_8\} = P_7P_8(P\{y_4 \cdot y_5\} + P_6P\{y_4\} - P_6P\{y_4 \cdot y_5\} + P_6P\{y_5\}) = \\ &= P_7P_8(P_6P\{y_4\} + P_6P\{y_5\} - (1 - 2P_6)P\{y_4 \cdot y_5\}) = \\ &= 0{,}336P\{y_4\} + 0{,}336P\{y_5\} - 0{,}112P\{y_4 \cdot y_5\} \end{aligned} \tag{59}$$

Подставляем результаты (57-59) в (56):

$$\begin{aligned} P_c = &0.15(0.083549P\{y_4\} + 0.05013P\{y_5\} - 0.05013P\{y_4 \cdot y_5\} + \\ &+ 0.008409P\{y_4\} + 0.014015P\{y_5\} - 0.008409P\{y_4 \cdot y_5\} - \\ &- 0.001639P\{y_4\} - 0.001639P\{y_5\} + 0.000546P\{y_4 \cdot y_5\}) = \\ &= 0.15(0.090319P\{y_4\} + 0.062506P\{y_5\} - 0.057993P\{y_4 \cdot y_5\}) \end{aligned} \tag{60}$$

Здесь сформированы три ЛКФ y_4, y_5 и $y_4 \cdot y_5$ которые являются выходными для следующего завершающего этапа раскрытия подсистемы $S^{(4)}$.

Этап 4:

$$y_4 = 4 \cdot (1 \vee 2) = \overline{4 \cdot \bar{1} \cdot \bar{2}};$$
$$P\{y_4\} = P_4(1 - Q_1 Q_2) = 0{,}112 \quad (61)$$

$$y_5 = 5 \cdot 2 \cdot 3;$$
$$P\{y_5\} = P_5 P_2 P_3 = 0{,}03 \quad (62)$$

$$y_4 y_5 = 4 \cdot (1 \vee 2) \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5;$$
$$P\{y_4 \cdot y_5\} = P_2 P_3 P_4 P_5 = 0{,}012 \quad (63)$$

Подставляя (61-63) в (60), определяем искомое значение коэффициента готовности рассматриваемой системы *S* в целом

$$P_c = 0{,}15 \cdot (0{,}090319 \cdot 0{,}0112 + 0{,}062506 \cdot 0{,}03 - 0{,}057993 \cdot 0{,}012) = 0{,}001694 \quad (64)$$

Можно отметить, что полученные при решении данной задачи результаты позволяют сформировать точное аналитическое выражение искомой вероятностной характеристики P_c системы. Для этого достаточно выполнить следующие подстановки формул:

$$\left\{\begin{matrix}(61)\\(62)\\(63)\end{matrix}\right\} \rightarrow \left\{\begin{matrix}(57)\\(58)\\(59)\end{matrix}\right\} \rightarrow (55) \rightarrow (54)$$

В силу громоздкости это выражение в пособии не приводится, и его предлагается получить читателю самостоятельно.

Рассмотренный пример позволяет уяснить основные достоинства и недостатки метода многосвязной структурной декомпозиции.

Достоинства состоят, прежде всего, в том, что весь процесс моделирования и анализа надежности сложной системы в данном случае приводится к однократной последовательности однотипных и простых этапов. При этом на каждом очередном этапе результаты всех предыдущих этапов моделирования и расчета сохраняются и накапливаются в простой и компактной форме функции P_c ((54), (55), (60) и (64)) Эта функция количественно и логически связывает все этапы декомпозиционного моделирования. Остальные функции и числовые результаты анализа формируются и используются только в рамках отдельных этапов. Это значительно упрощает ручное моделирование и, что особенно важно, позволяет эффективно использовать ограниченную память ЭВМ. При многосвязной структурной декомпозиции на ЭВМ ограничения по памяти определяются не объемом модели надежности всей исследуемой системы *S*, а объемом только одной (наибольшей) из всех выделенных подсистем $S^{(l)}$, $l = \overline{1, L}$.

Основным недостатком рассмотренного метода многосвязной структурной

декомпозиции является условие ацикличности связей между выделяемыми подсистемами. Однако нет оснований полагать это ограничение принципиальным. Несомненно, что разработка методов структурной декомпозиции для циклически связанных подсистем является актуальной задачей, ждущей своего скорейшего научного решения.

Для более глубокой отработки практических навыков многосвязной декомпозиции, рассмотрим решения нескольких специальных задач. Все эти задачи будут связаны с моделированием и анализом надежности широко освещенной в литературных источниках [36] системы электроснабжения, СФЦ которой приведена на рис. 14. Здесь элементы *1,2* - основные генераторы, *3, 4,7,8* - главные распределительные щиты, 5, *6, 9 - 14, 16, 17* - продольные и поперечные перемычки, *15* - резервный генератор.

Как видно из структурной схемы данной системы, для всех задач анализа ее надежности прежде всего целесообразно выполнить односвязную структурную декомпозицию по элементам *10, 12, 14* (¥ $^{(1)}$) и *9, 11,13* (¥ $^{(2)}$):

$$¥^{(1)} = 10 \cdot 12 \cdot 14; \quad P_{¥(1)} = P_{10} P_{12} P_{14} = P^3 = 0{,}729 \tag{65}$$

$$¥^{(2)} = 9 \cdot 11 \cdot 13; \quad P_{¥(2)} = P_9 P_{11} P_{13} = P^3 = 0{,}729 \tag{66}$$

Здесь и далее все расчеты будем выполнять для равнопараметрического случая $P = 0{,}9$.

Задача 1. Генераторы 1, *2* и *15* неограниченной мощности. Требуется определить вероятность безотказной работы системы для ЛКЦ $y_7 \cdot y_8$, т. е. одновременного обеспечения питанием нагрузки главных распределительных щитов 7 и *8.*

Решение

СФЦ всей рассматриваемой системы разбивается на две многосвязные подсистемы S^1 и S^2 (см. рис 14).

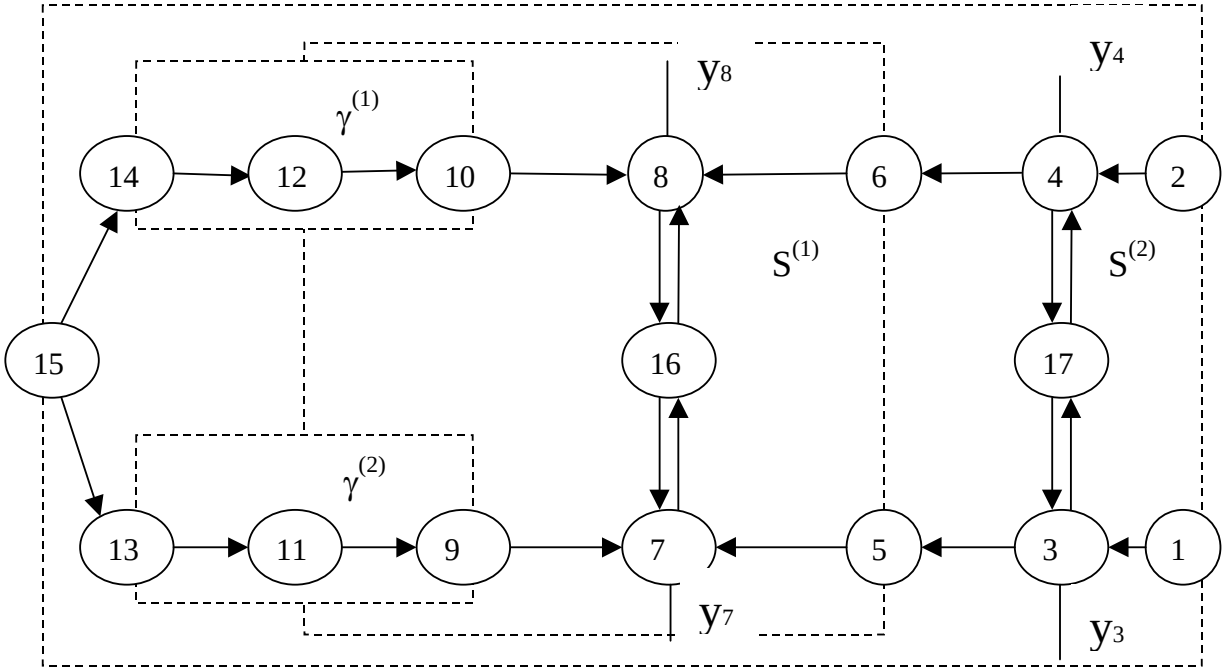


Рис.14. СФЦ системы электроснабжения

Этап 1. Определяем ФРС подсистемы S^1 для ЛКФ $y_7 \cdot y_8$ и выполняем ее квазиортогонализацию по правилам (22) и (35):

$$y_7 \cdot y_8 = 7 \cdot 8 \quad y_5 \cdot y_6 \qquad = 7 \cdot 8 \quad y_5 \cdot y_6 \cdot 1\overline{6} \cdot y_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)}$$

$$\begin{vmatrix} y_5 \cdot 16 \\ y_6 \cdot 16 \\ y_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)} \\ y_{¥(1)} \cdot 16 \\ y_{¥(2)} \cdot 16 \\ y_5 \cdot y_{¥(1)} \\ y_6 \cdot y_{¥(2)} \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} y_5 \cdot 16 \cdot \bar{y}_{¥(1)} \cdot \bar{y}_{¥(2)} \\ y_6 \cdot 16 \cdot \bar{y}_{¥(1)} \cdot \bar{y}_{¥(2)} \\ y_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)} \cdot 1\overline{6} \\ y_{¥(1)} \cdot 16 \\ y_{¥(2)} \cdot 16 \\ y_5 \cdot y_{¥(1)} \cdot 1\overline{6} \cdot y_{¥(2)} \\ y_6 \cdot y_{¥(2)} \cdot 1\overline{6} \cdot y_{¥(1)} \end{vmatrix} \tag{67}$$

Квазиортогонализация в данном случае выполнялась только по наиболее простым для последующего инвертирования логическим переменным 16, $y_{¥(1)}$ и $y_{¥(2)}$. В полученной ФРС вторая и третья, а также пятая и шестая конъюнкции неортогональны.

Переходя далее к соответствующей вероятностной функции, получаем

$$\begin{aligned} P_c = P_7 P_8 [& Q_{16} P\{y_5 \cdot y_6\} P\{\bar{y}_{¥(1)} \cdot \bar{y}_{¥(2)}\} + P_{16} P\{\bar{y}_{¥(1)} \cdot \bar{y}_{¥(2)}\}(P\{y_5\} + P\{y_6\} - \\ & - P\{y_5 \cdot y_6\}) + Q_{16} P\{y_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)}\} + P_{16}\left(P\{y_{¥(1)}\} + P\{y_{¥(2)}\} - P\{y_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)}\}\right) + \\ & + Q_{16}\left(P\{y_5\} P\{y_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)}\} + P\{y_6\} P\{\bar{y}_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)}\}\right)] \end{aligned} \tag{68}$$

При построении этой ВФ учитывалась бесповторность структурных групп СФЦ, определяемых логическими условиями $y_5 \cdot y_6$, $y_{¥(1)}$ и $y_{¥(2)}$, т.е. применялось четвертое правило преоб-

разования из (37). Функция (68) позволяет выделить девять ЛКФ:

$y_5 \cdot y_6$, $\bar{y}_{¥(1)} \cdot \bar{y}_{¥(2)}$, y_5, y_6, $y_{¥(1)}$, $y_{¥(2)}$, $y_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)}$, $y_{¥(1)} \cdot \bar{y}_{¥(2)}$, $\bar{y}_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)}$,

которые являются исходными (выходными) для следующего завершающего этапа раскрытия подсистемы $S^{(2)}$.

Этап 2:

$$y_5 \cdot y_6 = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot (1 \cdot 2 \vee 1 \cdot 17 \vee 2 \cdot 17) = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot (1 \cdot 2 \vee 1 \cdot \bar{2} \cdot 17 \vee \bar{1} \cdot 2 \cdot 17);$$
$$P\{y_5 \cdot y_6\} = P_3 P_4 P_5 P_6 (P_1 P_2 + P_1 Q_2 P_{17} + Q_1 P_2 P_{17}) = P^6 (1 + 2Q) = 0{,}637729 \quad (69)$$

$$\bar{y}_{¥(1)} \cdot \bar{y}_{¥(2)} = 1\bar{5} \vee ¥^{(1)} \cdot ¥^{(2)} = 1\bar{5} \vee 15 \cdot ¥^{(1)} \cdot ¥^{(2)};$$
$$P\{\bar{y}_{¥(1)} \cdot \bar{y}_{¥(2)}\} = Q_{15} + P_{15} Q_{¥(1)} Q_{¥(2)} = Q_{15} + P_{15}(1 - P_{10} P_{12} P_{14}) \cdot \quad (70)$$
$$\cdot (1 - P_9 P_{11} P_{13}) = Q + P(1 - P^3)^2 = 0{,}166097$$

$$y_5 = 3 \cdot 5 \cdot (1 \vee 2 \cdot 4 \cdot 17) = 3 \cdot 5 \cdot (1 \vee \bar{1} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 17);$$
$$P\{y_5\} = P_3 P_5 (P_1 + Q_1 P_2 P_4 P_{17}) = P^3 (1 + QP^2) = 0{,}788049 \quad (71)$$

$$y_6 = 4 \cdot 6 \cdot (2 \vee 1 \cdot 3 \cdot 17) = 4 \cdot 6 \cdot (2 \vee 1 \cdot \bar{2} \cdot 3 \cdot 17);$$
$$P\{y_6\} = P_4 P_6 (P_2 + P_1 Q_2 P_3 P_{17}) = P^3 (1 + QP^2) = 0{,}788049 \quad (72)$$

$$y_{¥(1)} = ¥^{(1)} \cdot 15;$$
$$P\{y_{¥(1)}\} = P_{¥(1)} P_{15} = P_{10} P_{12} P_{14} P_{15} = P^4 = 0{,}6561 \quad (73)$$

$$y_{¥(2)} = ¥^{(2)} \cdot 15;$$
$$P\{y_{¥(2)}\} = P_{¥(2)} P_{15} = P_9 P_{11} P_{13} P_{15} = P^4 = 0{,}6561 \quad (74)$$

$$y_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)} = 15 \cdot ¥^{(1)} \cdot ¥^{(2)};$$
$$P\{y_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)}\} = P_{15} P_{¥(1)} P_{¥(2)} = P_{15} P_{10} P_{12} P_{14} P_9 P_{11} P_{13} = P^7 = 0{,}478297 \quad (75)$$

$$y_{¥(1)} \cdot \bar{y}_{¥(2)} = 15 \cdot ¥^{(1)} \cdot ¥^{(2)};$$
$$P\{y_{¥(1)} \cdot \bar{y}_{¥(2)}\} = P_{15} P_{¥(1)} Q_{¥(2)} = P_{15} P_{10} P_{12} P_{14} (1 - P_9 P_{11} P_{13}) = P^4 (1 - P^3) = 0{,}177803 \quad (76)$$
$$\bar{y}_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)} = 15 \cdot ¥^{(1)} \cdot ¥^{(2)};$$
$$P\{\bar{y}_{¥(1)} \cdot y_{¥(2)}\} = P_{15} Q_{¥(1)} P_{¥(2)} = P_{15} (1 - P_{10} P_{12} P_{14}) P_9 P_{11} P_{13} = P^4 (1 - P^3) = 0{,}177803 \quad (77)$$

Подставляя полученные числовые значения в (68), определяем вероятность безотказной работы системы электроснабжения

P_c == 0,81 [0,1 • 0,637729 • 0,166097 + 0,9 • 0 166097(0,788049 • 2 — 0,637729) +.

+ 0,1•0,478297 + 0,9(2 •0,6561 — 0,478297) + 0,1 (0,788049•0,177803• 2)] = 0,791558.

С помощью той же подстановки находим аналитическое выражение равнопараметрического полинома

$$P_c = P^2[QP^6(1+2Q)\left(Q+P\left(1-P^3\right)^2\right)+P\left(Q+P\left(1-P^3\right)^2\right)\left(2P^3\left(1+QP^2\right)-P^6(1+2Q)\right)+$$
$$+QP^7+P\left(2P^4-P^7\right)+2QP^7\left(1+QP^2\right)\left(1-P^3\right)]$$

Аналогично может быть определено точное аналитическое выражение искомой ВФ.

Задача 2. Требуется определить вероятность безотказной работы той же системы для ЛКЦ $y_7 \cdot y_8$ при условии ограниченной мощности генератора *15* и способности его обеспечить питанием нагрузку только одного из щитов — либо *7*, либо *8*.

Решение

Этап 1. Определяем ФРС подсистемы $S^{(1)}$ для ЛКФ $y_7 \cdot y_8$ с учетом ограничения мощности генератора *15*.

$$y_7 \cdot y_8 = 7 \cdot 8 \cdot \left(y_5 \cdot y_6 \vee y_5 \cdot y_{¥(1)} \vee y_6 \cdot y_{¥(2)} \vee 16 \cdot \left(y_5 \cdot y_6\right)\right) =$$
$$= 7 \cdot 8 \cdot \left(1\overline{6}\left(y_5 \cdot y_6 \vee y_5 \cdot y_{¥(1)} \vee y_6 \cdot y_{¥(2)}\right) \vee 16 \cdot \left(y_5 \cdot y_6\right)\right)$$

Здесь квазиортогонализация выполнена только по простой логической переменной *16*. Переходя к соответствующей вероятностной функции, получаем

$$P_c = P_7 P_8 (Q_{16}\left(P\{y_5 \cdot y_6\} + P\{y_5\}P\{y_{¥(1)}\} - P\{y_5 \cdot y_6\}P\{y_{¥(1)}\} + P\{y_6\}P\{y_{¥(2)}\} - P\{y_5 y_6\}P\{y_{¥(2)}\}\right) +$$
$$+ P_{16}\left(P\{y_5\} + P\{y_6\} - P\{y_5 \cdot y_6\}\right)) \qquad (78)$$

Здесь, как и при определении функции (68), учитывалась бесповторность структурных групп СФЦ (см. рис. 14), определяемых логическими условиями y_5, y_6 и $y_{¥(1)}, y_{¥(2)}$, и применялось четвертое правило из (37).

Полученная функция (78) позволяет выделить пять ЛКФ: $y_5 \cdot y_6$, y_5, y_6, $y_{¥(1)}$, $y_{¥(2)}$.

Этап 2. Автономное моделирование и анализ надежности подсистемы $S^{(2)}$ по ЛКФ $y_5 \cdot y_6$, y_5, y_6, $y_{¥(1)}$, $y_{¥(2)}$ выполнено в предыдущей задаче, и результаты приведены в (69), (71), (72), (73), (74) соответственно. Подставляя эти результаты в (78), определяем искомую вероятностную характеристику, полином и ВФ системы:

P_c = 0,81 (0,1 (0,637729 + 2 • 0,788049 • 0,6561 - 2 • 0,637729 • 0,6561) + +0,9(2•0,788049 - 0,637729)) = 0,751704;

$$P_c = P^2(Q\left(P^6(1+2Q)+2P^7\left(1-QP^2\right)-2P^{10}(1+2Q)\right)+$$
$$+P\left(2P^3\left(1+QP^2\right)-P^6(1+2Q)\right));$$

$$P_c = P_7P_8(Q_{16}[P_3P_4P_5P_6(P_1P_2 + P_1P_{17}Q_2 + P_2P_{17}Q_1) + P_3P_5(P_1 + Q_1P_2P_4P_{17})P_{10}P_{12}P_{14}P_{15} -$$
$$- P_3P_4P_5P_6(P_1P_2 + P_1Q_2P_{17} + Q_1P_2P_{17})P_{10}P_{12}P_{14}P_{15} + P_4P_6(P_2 + Q_2P_1P_3P_{17})P_9P_{11}P_{13}P_{15} -$$
$$- P_3P_4P_5P_6(P_1P_2 + P_1Q_2P_{17} + Q_1P_2P_{17})P_9P_{11}P_{13}P_{15}] + P_{16}[P_3P_5(P_1 + Q_1P_2P_4P_{17}) +$$
$$+ P_4P_6(P_2 + P_1Q_2P_3P_{17}) - P_3P_4P_5P_6(P_1P_2 + P_1Q_2P_{17} + Q_1P_2P_{17})])$$

Задача 3. Необходимо определить вероятность безотказной работы рассматриваемой системы для ЛКД $y_3 \cdot y_4 \cdot y_7 \cdot y_8$, т.е. режима ее работы по одновременному обеспечению электропитанием нагрузок всех главных распределительных щитов. Дополнительным условием является учет ограничения мощности генератора *15.*

Решение

Особенностью этой задачи является то обстоятельство, что в подсистеме $S^{(1)}$ находятся элементы, соответствующие только двум четырех условий, составляющих ЛКЦ системы. Это элементы 7 и 8. Два других элемента *3* и *4*, логические условия функционирования которых входят в ЛКЦ, располагаются в подсистеме $S^{(2)}$. Указанная особенность не нарушает общей методики многосвязной структур декомпозиции. Следует только учитывать, что каждое логическое условие $\tilde{y}_i$, входящее в ЛКФ, начинает раскрываться на том этапе, на котором впервые в структуре соответствующей подсистемы встречается элемент (вершина СФЦ) с номером *i*.

Этап 1:

$$y_3 \cdot y_4 \cdot y_7 \cdot y_8 = y_3 \cdot y_4[7 \cdot 8 \cdot (y_5 \cdot y_6) \vee y_5 \cdot y_{¥(1)} \vee y_6 \cdot y_{¥(2)} \vee 16 \cdot (y_5 \cdot y_6)] =$$
$$= 7 \cdot 8 \cdot (1\bar{6}(y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6 \vee y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_{¥(1)} \vee y_3 \cdot y_4 \cdot y_6 \cdot y_{¥(2)}) \vee$$
$$\vee 16 \cdot (y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \vee y_3 \cdot y_4 \cdot y_6))$$

$$P_c = P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_7 \cdot y_8\} = P_7P_8(Q_{16}(P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6\} + P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5\}P\{y_{¥(1)}\} -$$
$$- P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_6\}P\{y_{¥(2)}\} - P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6\}P\{y_{¥(2)}\}) + \quad (79)$$
$$+ P_{16}(P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5\} + P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_6\} - P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6\}))$$

Функция (78) позволяет выделить следующие пять различных ЛКФ:

$$y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6, \quad y_3 \cdot y_4 \cdot y_5, \quad y_3 \cdot y_4 \cdot y_6, \quad y_{¥(1)}, \quad y_{¥(2)}$$

Этап 2:

$$y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6 = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot (1 \cdot 2 \vee 1 \cdot 17 \vee 2 \cdot 17) = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot (1 \cdot 2 \vee 1 \cdot \bar{2} \cdot 17 \vee \bar{1} \cdot 2 \cdot 17);$$
$$P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6\} = P_3P_4P_5P_6(P_1P_2 + P_1Q_2P_{17} + Q_1P_2P_{17}) = P^6(1 + 2Q) = 0{,}637729 \quad (80)$$
$$y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot (1 \cdot 2 \vee 1 \cdot 17 \vee 2 \cdot 17) = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot (1 \cdot 2 \vee 1 \cdot \bar{2} \cdot 17 \vee \bar{1} \cdot 2 \cdot 17);$$
$$P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5\} = P_3P_4P_5(P_1P_2 + P_1Q_2P_{17} + Q_1P_2P_{17}) = P^5(1 + 2Q) = 0{,}708588 \quad (81)$$

$$y_3 \cdot y_4 \cdot y_6 = 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot (1 \cdot 2 \vee 1 \cdot 17 \vee 2 \cdot 17) = 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot (1 \cdot 2 \vee 1 \cdot \bar{2} \cdot 17 \vee \bar{1} \cdot 2 \cdot 17);$$
$$P\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_6\} = P_3P_4P_6(P_1P_2 + P_1Q_2P_{17} + Q_1P_2P_{17}) = P^5(1 + 2Q) = 0{,}708588 \quad (82)$$

$$y_{¥(1)} = ¥^{(1)} \cdot 15;$$
$$P\{y_{¥(1)}\} = P_{¥(1)}P_{15} = P_{10}P_{12}P_{14}P_{15} = P^4 = 0{,}6561 \quad (83)$$

$$y_{¥(2)} = ¥^{(2)} \cdot 15;$$
$$P\{y_{¥(2)}\} = P_{¥(2)}P_{15} = P_9P_{11}P_{13}P_{15} = P^4 = 0{,}6561 \quad (84)$$

Подставляя эти результаты в (79), окончательно получаем:

P_c = 0,81(0,1(0,637729 +2•0,708588•0,6561 - 2•0,637729•0,6561)+

+ 0,9(2•0,708588 — 0,637729)) ==0,627404;

$$P_c = P_3P_4P_7P_8\left(P_1P_2 + P_1Q_2P_{17} + Q_1P_2P_{17}\right)\left(Q_{16}\left(P_5P_6 + P_5P_{10}P_{12}P_{14}P_{15} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - P_5P_6P_{10}P_{12}P_{14}P_{15} + P_6P_9P_{11}P_{13}P_{15} - P_5P_6P_9P_{11}P_{13}P_{15}\right) + P_{16}\left(P_5 + P_6 - P_5P_6\right)\right) \quad (85)$$

Задача 4. Для условий предыдущей задачи определим значимость, например, пятого элемента системы.

Решение

Напомним, что характеристика значимости элемента системы определяется [3] как частная производная

$$¶_i\{Y\} = \frac{\partial P\{Y\}}{\partial P_i}$$

Это позволяет определять значимость любого элемента системы Методом многосвязной структурной декомпозиции аналогично определению вероятностной характеристики. Для этого на каждом этапе Преобразований путем дифференцирования выражений P_c и $P\{Y_k\}$ определяются значимости $¶_i$ и $¶_i\{Y_k\}$ и осуществляются соответствующие подстановки. Так, дополняя результаты решения предыдущей задачи, найдем $¶_5$ данной системы.

Этап 1. Для определения $¶_5$ выражение (79) преобразуется к виду

$$¶_5 = \frac{\partial P_c}{\partial P_5} = ¶_5\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_7 \cdot y_8\} = P_7P_8(Q_{16}(¶_5\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6\} + ¶_5\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5\}P\{y_{¥(1)}\} -$$
$$- ¶_5\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6\}P\{y_{¥(1)}\} - ¶_5\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6\}P\{y_{¥(2)}\}) +$$
$$+ P_{16}(¶_5\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5\} - ¶_5\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6\})) \quad (86)$$

В (86) учтено то обстоятельство, что согласно СФЦ (см. рис. 14)

$$¶_5\{y_{¥(1)}\} = ¶_5\{y_{¥(2)}\} = ¶_5\{y_3y_4y_6\} = 0$$

Этап 2. Дифференцируя выражения (80) и (81) по переменной P_5, находим

$$¶_5\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5 \cdot y_6\} = P_3P_4P_6\left(P_1P_2 + P_1Q_2P_{17} + Q_1P_2P_{17}\right) =$$
$$= P^5(1 + 2Q) = 0{,}708588 \quad (87)$$

$$¶_5\{y_3 \cdot y_4 \cdot y_5\} = P_3P_4\left(P_1P_2 + P_1Q_2P_{17} + Q_1P_2P_{17}\right) =$$
$$= P^4(1 + 2Q) = 0{,}78732 \quad (88)$$

Подставляя (87), (88), а также (83) и (84) в (86), окончательно получаем

ξ_5 = 0,81 (0,1 (0,708588 + 0,78732 • 0,6561 - 2 • 0,708588 • 0,6561) +

$$+0{,}9(0{,}78732 - 0{,}708588)) = 0{,}081318 \qquad (89)$$

$$\P_5 = P_3P_4P_7P_8\left(P_1P_2 + P_1Q_2P_{17} + Q_1P_2P_{17}\right)\left(Q_{16}(P_6 + P_{10}P_{12}P_{14}P_{15} - \right.$$
$$\left. - P_6P_{10}P_{12}P_{14}P_{15} + P_6P_9P_{11}P_{13}P_{15}) + P_{16}\left(1 - P_6\right)\right) \qquad (90)$$

Частная производная $\frac{\partial P_c}{\partial P_5}$ от функции (85) полностью совпадает с выражением (90), что подтверждает правильность определений значимости $\P_5$ методом многосвязной структурной декомпозиции.

4.4. МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ НА НЕСОВМЕСТНЫЕ ГИПОТЕЗЫ

Этот метод основан на широко используемом в классической теории надежности приеме расчета надежности структурно сложных систем с помощью несовместных гипотез [3, 39].

Исходной теоретической базой метода являются теорема разложения Шеннона [36] и формула полной вероятности.

В соответствии с теоремой разложения любая логическая функция может быть преобразована по одной (или нескольким) переменным следующим образом:

$$y_c\left(\tilde{1}, \tilde{2}, \ldots, \tilde{i}, \ldots, \tilde{N}\right) = i \cdot y_c^{(i)} \vee \bar{i} \cdot y_c^{(\bar{i})}, \qquad (91)$$

где

$$y_c^{(i)} = y_c\left(\tilde{1}, \tilde{2}, \ldots, i \simeq 1, \sim, i \tilde{+} 1, \ldots, \tilde{N}\right);$$
$$\sim = \begin{cases} I & при \quad \tilde{i} = i; \\ 0 & при \quad \tilde{i} = \bar{i}; \end{cases}$$
$$y_c^{(\bar{i})} = y_c\left(\tilde{1}, \tilde{2}, \ldots, i \simeq 1, \quad , i \tilde{+} 1, \ldots, \tilde{N}\right);$$
$$= \begin{cases} 0 & при \quad \tilde{i} = i; \\ I & при \quad \tilde{i} = \bar{i}. \end{cases}$$

Естественно, что вероятность события, определяемого разложением (91), рассчитывается по формуле полной вероятности

$$P_c = P\left\{y_c = I\right\} = P_i P_c^{(i)} + Q_i P_c^{(\bar{i})} \qquad (92)$$

где

$$P_c^{(i)} = P\left\{y_c^{(i)} = I\right\};$$
$$P_c^{(\bar{i})} = P\left\{y_c^{(\bar{i})} = I\right\}.$$

В существующем монотонном ЛВМ разложение (91) в основном использует-

ся в так называемом методе расчета структурной надежности систем с помощью алгоритма разрезания и в модифицированном ЛВМ [36]. Здесь с помощью разложения осуществляется поиск формы перехода ФРС к замещению и определяется соответствующая вероятностная функция надежности системы. Однако эти методы не нашли широкого практического применения, поскольку требуют значительно больших трудозатрат по сравнению с другими методами перехода от ФРС к ВФ [36]. Однако в ЛВМ идея разложения оказалась очень полезной при ее использовании уже на начальном, структурном этапе моделирования надежности для декомпозиции систем большой размерности. В этом случае разложение применяется в совокупности со всеми другими логико-вероятностными методами структурного, логического и вероятностного моделирования и играет важную вспомогательную роль - позволяет эффективно разделить исходную сложную задачу на ряд более простых автономных подзадач.

В общем случае метод разложения предусматривает:

1. Декомпозицию исходной СФЦ всей рассматриваемой системы *S* по некоторой одной или нескольким вершинам *i* на ряд подсистем $S^{(l)}, \quad l=\overline{1,L}$ с помощью соотношения (91).

2. Автономное моделирование и расчет показателей $P_c^{(l)}$ надежности каждой из выделенных подсистем $S^{(l)}$ средствами ЛВМ.

3. Объединение полученных числовых или аналитических результатов, в соответствии с формулой полной вероятности (92), в искомую характеристику надежности P_c всей рассматриваемой системы *S*.

Эффект от применения метода разложения определяется следующими двумя основными факторами:

а) разложение только по одной вершине (одному элементу) сокращает общее число элементов двух получаемых подсистем на единицу, а общее число состояний каждой подсистемы - в два раза (по отношению к исходной системе); разложение по двум элементам сокращает пространство состояний подсистем в четыре раза, по трем элементам — в восемь раз и т. д.;

б) разложение по элементам, имеющим большое число связей, как правило, значительно упрощает структуры выделяемых подсистем и облегчает все последующие процедуры их моделирования и расчета показателей надежности.

Применение метода не представляет большой сложности, физически наглядно и ясно и требует от пользователя только внимательности и умения находить в СФЦ наиболее эффективные (для разложения) вершины. Последнее быстро прихо-

дит с практикой. Наиболее часто эффективными для разложения являются вершины, имеющие наибольшее число входных и выходных ребер, располагаемые в мостиковых и циклических узлах СФЦ, а также группы размноженных функциональных вершин.

Методику применения метода разложения проиллюстрируем примером моделирования и расчета надежности вычислительного комплекса, СФЦ которого приведена на рис. 5, б. Моделирование произведем для ЛКЦ (11) $y_c = y_1 \vee y_2$, а контрольный расчет выполним для равнопараметрического случая $P_i = P = 0{,}9, \quad i = \overline{1{,}11}$.

Решение

На первом этапе для декомпозиции исходной СФЦ выбираем вершину (элемент, логичеССкую переменную) разложения с номером *8.* Как видно из рис. 5б, эта вершина имеет наибольшее число заходящих и исходящих ребер и к тому же является размноженной (см. условия примера 2 § 1). Это означает, что в разложении наряду с вершиной *8* равноценно участвует и вершина *12.* В результате применения правила (91) для разложения СФЦ *вычислительного комплекса* (ВК) по вершине *8* получаем структуры двух подсистем $S^{(1)}$ и $S^{(2)}$, СФЦ которых изображены на рис. 15, а и б соответственно. Здесь структура $S^{(1)}$ получена из исходной обшей СФЦ ВК (см. рис. 5, б) согласно (91) для гипотезы $h_1 = 8$. Это означает, что в исходной СФЦ вершины *8 и 12* заменяются на обозначения абсолютно надежных элементов с помощью фиктивных вершин. Структура $S^{(2)}$ для гипотезы $h_2 = \overline{8}$ получается из исходной СФЦ путем замены вершин *8* и *12* на абсолютно ненадежные элементы, т. е. путем их удаления из схемы и "обрыва" всех соответствующих связей функционального подчинения. Теперь для решения общей задачи согласно (91) и (92) имеем

$$y_c = y_1 \vee y_2 = 8 \cdot y_c^{(8)} \vee \overline{8} \cdot y_c^{(\overline{8})} = 8 \cdot y_{S^{(1)}} \vee \overline{8} \cdot y_{S^{(2)}}; \qquad (93)$$

$$P_c = P_8 P_c^{(8)} + Q_8 P_c^{(\overline{8})} = P_8 P_{S^{(1)}} + Q_8 P_{S^{(2)}} \qquad (94)$$

Здесь логическая ФРС $y_c^{(8)} = y_{S^{(1)}}$ должна определяться по структуре $S^{(1)}$, а ФРС $y_c^{(\overline{8})} = y_{S^{(2)}}$ - по структуре $S^{(2)}$. Однако, как видно из рис. 15, если структура $S^{(2)}$ уже достаточно проста, то структура $S^{(1)}$ еще громоздка и представляет определенные трудности для последующего ручного анализа. Поэтому целесообразно подсистему $S^{(1)}$ разложить еще по одной вершине, например с номером *9.* СФЦ соответствующих подсистем $S^{(3)}$ и $S^{(4)}$ приведены на рис. 16. Здесь структура $S^{(3)}$ получена из $S^{(1)}$ для гипотезы $h_3 = 9$, т. е. при условии абсолютной надежности элемента 9, а структура $S^{(4)}$ - для гипотезы $h_4 = \overline{9}$, т. е. путем удаления из $S^{(1)}$ вершин *9* и *13* и соответствующих связей.

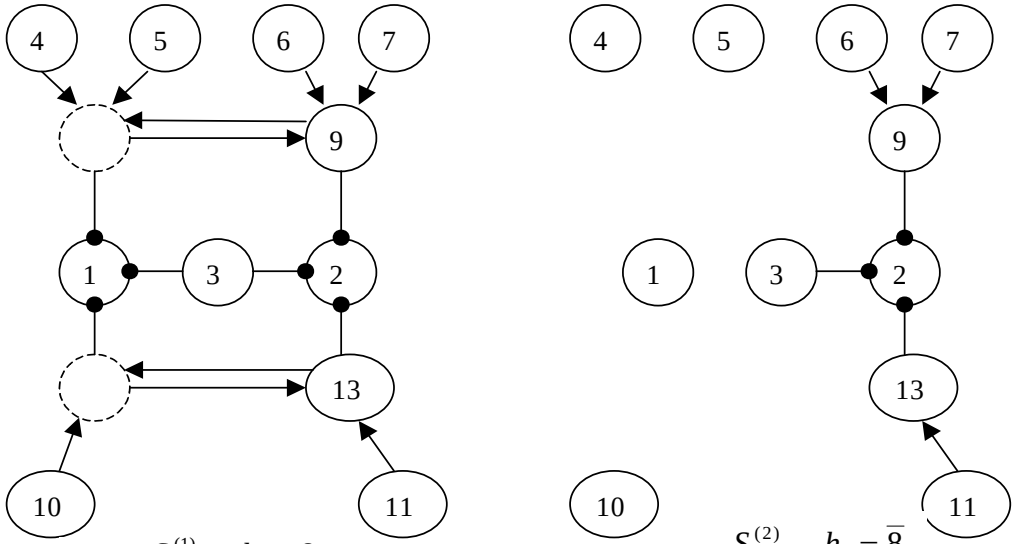


Рис.15. СФЦ подсистем вычислительного комплекса
при разложении по вершине 8

Следует отметить, что структуры $S^{(3)}$ и $S^{(4)}$ могут быть получены и из исходной СФЦ системы (см. рис. 5, б) путем ее разложения по вершинам *8* и *9* согласно гипотезам 8•9 и $8 \cdot \overline{9}$. Теперь функции $y_c^{(8)}$ и $P_c^{(8)}$ выражений (93) и (94) составят

$$y_c^{(8)} = y_{S^{(1)}} = 9 \cdot y_{S^{(1)}}^{(9)} \vee y_{S^{(1)}}^{(\overline{9})} \cdot \overline{9} = 9 \cdot y_{S^{(3)}} \vee \overline{9} \cdot y_{S^{(4)}} \tag{95}$$

$$P_c^{(8)} = P_{S^{(1)}} P_9 P_{S^{(1)}}^{(9)} + Q_9 P_{S^{(1)}}^{(\overline{9})} = P_9 P_{S^{(3)}} + Q_9 P_{S^{(4)}} \tag{96}$$

Подставляя (95) и (96) в (93) и (94), окончательно получаем

$$y_c = 8 \cdot 9 \cdot y_{S^{(3)}} \vee 8 \cdot \overline{9} \cdot y_{S^{(4)}} \vee \overline{8} \cdot y_{S^{(2)}} \tag{97}$$

$$P_c = P_8 P_9 P_{S^{(3)}} + P_8 Q_9 P_{S^{(4)}} + Q_8 P_{S^{(2)}} \tag{98}$$

На втором этапе метода разложения приступаем к автономному определению ФРС $y_{S^{(3)}}, \quad y_{S^{(4)}}, \quad y_{S^{(2)}}$, ВФ $P_{S^{(3)}}, \quad P_{S^{(4)}}, \quad P_{S^{(2)}}$ и расчету соответствующих вероятностных показателей. По СФЦ на рис. 16, *а* находим:

$$\begin{aligned} y_{S^{(3)}} &= y_1 \vee y_2 = 3 \cdot (1 \vee 2) \cdot (4 \vee 5 \vee 6 \vee 7) \cdot (10 \vee 11); \\ P_{S^{(3)}} &= P_3 (1 - Q_1 Q_2)(1 - Q_4 Q_5 Q_6 Q_7)(1 - Q_{10} Q_{11}) = P(1 - Q^4)(1 - Q^2)^2 = 0{,}882 \end{aligned} \tag{99}$$

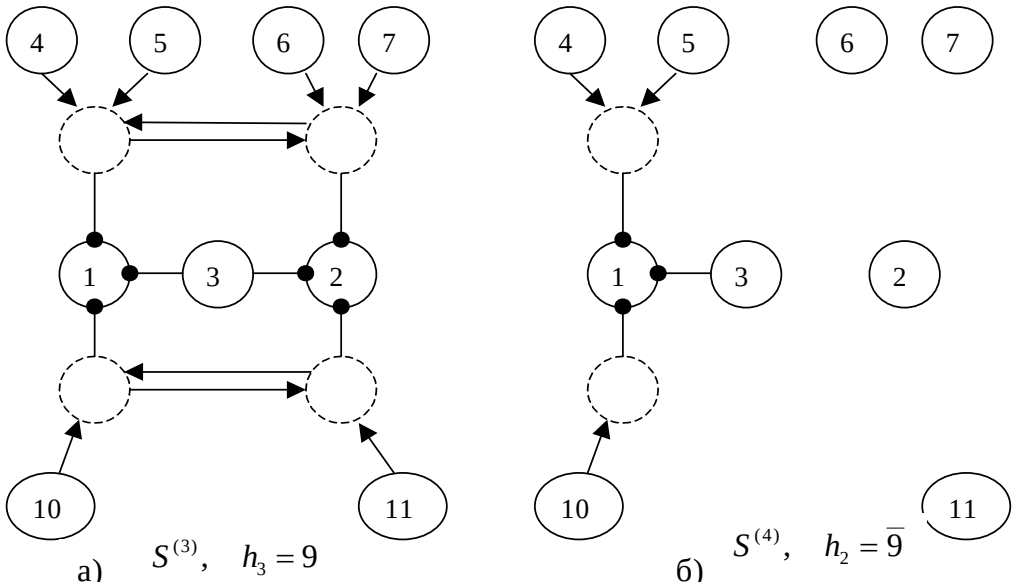


Рис.16. СФЦ разложения подсистемы $S^{(1)}$ по вершине 9

По СФЦ на рис. 16б определяем:

$$y_{S^{(4)}} = y_1 \vee y_2 = 1 \cdot 3 \cdot (4 \vee 5) \cdot 10;$$
$$P_{S^{(4)}} = P_1 P_3 P_{10} (1 - Q_4 Q_5) = P^3 (1 - Q^2) = 0{,}72171 \qquad (100)$$

По СФЦ на рис 15б получаем последнее частное решение:

$$y_{S^{(2)}} = y_1 \vee y_2 = 2 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 11 \cdot (6 \vee 7);$$
$$P_{S^{(2)}} = P_2 P_3 P_9 P_{11} (1 - Q_6 Q_7) = P^4 (1 - Q^2) = 0{,}649539 \qquad (101)$$

На третьем этапе метода разложения объединяем полученные частные результаты (99)-(101) согласно (98) и получаем все искомые аналитические модели надежности вычислительного комплекса:

P_c = 0,81ĕ0,882 +0,09ĕ0,72171 +0,1ĕ0,649539 = 0,844328;

$$P_c = P(1 - Q^2)^2 (1 - Q^4) + P^3 (1 - Q^2) + P^4 (1 - Q^2);$$
$$P_c = P_8 P_9 P_3 (1 - Q_1 Q_2)(1 - Q_4 Q_5 Q_6 Q_7)(1 - Q_{10} Q_{11}) + \qquad (102)$$
$$+ P_8 P_9 P_1 P_3 P_{10} (1 - Q_4 Q_5) + Q_8 P_2 P_3 P_9 P_{11} (1 - Q_6 Q_7)$$

Совпадение результата (102) с машинным решением этой задачи, приведенным в табл.2, пример 2, вариант III, подтверждает правильность метода разложения.

С приобретением практических навыков ручного использования метода разложения обычно не требуется столь детальной, как в рассмотренном примере, структуризации задачи. Как правило, построение частных ФРС можно выполнять на основе перебора гипотез, с помощью исходной СФЦ системы, прибегая к вычерчиванию частных структур только в некоторых особо сложных случаях. Практика показала, что разложение по одной переменной (вершине) не всегда является

эффективным. Как правило, более удобным бывает разложение исходной СФЦ и наиболее сложных ее фрагментов сразу по нескольким вершинам. Это особенно полезно, если система является структурно симметричной (говорят "изотропной"), а задача анализа ее надежности - равнопараметрической. Здесь учет симметричности можно рассматривать как своеобразный методологический прием. Его сущность состоит в том, что если СФЦ симметрична, то разложение сразу по некоторой группе симметричных вершин приводит к образованию групп структурно одинаковых частных фрагментов. Тогда результаты анализа одного такого фрагмента могут быть автоматически перенесены на все другие фрагменты этой группы. При разных параметрах надежности элементов последнее достигается путем симметричной перенумерации переменных вероятностных функций в каждой группе относительно первого решенного фрагмента. При равнопараметрическом анализе симметричной системы вероятностные характеристики всех фрагментов таких групп являются одинаковыми.

Проиллюстрируем сказанное повторным решением предыдущей задачи с учетом симметрии исходной структуры вычислительного комплекса, приведенной на рис. 5б. Выполним ее разложение сразу по двум вершинам *8 и 9.* Это означает, что в принципе должны рассматриваться четыре частные структуры ВК, соответствующие гипотезам

$$\begin{aligned} h_1 &= 8\cdot 9;\\ h_2 &= 8\cdot \bar{9};\\ h_3 &= \bar{8}\cdot 9;\\ h_4 &= \bar{8}\cdot \bar{9} \end{aligned} \qquad (103)$$

Анализ этих гипотез показывает, что подсистема, соответствующая h_1, эквивалентна СФЦ, изображенной на рис. 16а, и ее решение определяется выражением (99), т. е.

$$\begin{aligned} y_c^{(8\cdot 9)} &= 3\cdot(1\vee 2)\cdot(4\vee 5\vee 6\vee 7)\cdot(10\vee 11);\\ P_c^{(8\cdot 9)} &= P_3(1-Q_1Q_2)(1-Q_4Q_5Q_6Q_7)(1-Q_{10}Q_{11}) = P(1-Q^2)^2(1-Q^4) = 0{,}882 \end{aligned} \qquad (104)$$

Подсистема, соответствующая гипотезе h_2, эквивалентна СФЦ, изображенной на рис. 16б и ее решение определяется выражением (100), т.е.

$$\begin{aligned} y_c^{(8\cdot \bar{9})} &= 1\cdot 3\cdot 10\cdot(4\vee 5);\\ P_c^{(8\cdot \bar{9})} &= P_1P_3P_{10}(1-Q_4Q_5) = P^3(1-Q^2) = 0{,}72171. \end{aligned} \qquad (105)$$

Полученных двух результатов уже достаточно для решения всей задачи, поскольку:

1) подсистема, соответствующая гипотезе h_3 из (103), структурно одинакова и симметрична СФЦ на рис. 16б (говорят "гипотезы h_2 и h_3 симметричные"). Это позволяет из выражения (105) перенумерацией индексов параметров симметричных переменных (см. рис. 5б) сразу определить вероятностную функцию

$$P_c^{(\bar{8}\cdot 9)} = P_2P_3P_{11}(1-Q_6Q_7) = P^3(1-Q^2) = 0{,}72171 \qquad (106)$$

2) подсистеме-, соответствующая гипотезе h_4 из (103), неработоспособна, т. е. вероятность функционирования системы в этом случае равна нулю (такие гипотезы будем называть нулевыми).

Таким образом, по результатам (104) и (105) можно сразу определить искомую вероятностную характеристику надежности рассматриваемой системы, например, для равнопараметрического случая:

$$P_c = P^3\left(1-Q^2\right)^2\left(1-Q^4\right)+2P^4Q\left(1-Q^2\right)=0{,}81\cdot 0{,}882+2\cdot 0{,}09\cdot 0{,}72171=0{,}844328 \quad (107)$$

Результат (107) точно совпал с предыдущими решениями этой задачи, что подтверждает правильность наших рассуждении и эффективность метода учета симметричности в логико-вероятностных моделях надежности систем.

Для отработки практических навыков применения метода разложения решим вручную наиболее громоздкую (из рассмотренных) задачу, изложенную в примере 1 § 1 данного пособия. Моделирование выполним по исходной СФЦ, приведенной на рис. 4б для ЛКЦ (7) $y_c = y_{16}\cdot y_{17}\cdot y_{18}$, а расчет - для равнопараметрического случая $P_i = P = 0{,}9, \quad i=\overline{1,15}$.

Решение

Разложение исходной СФЦ выполним сразу по трем симметричным вершинам *4, 6* и *9*. В результате образуются восемь начальных гипотез:

$$h_1 = 4\cdot 6\cdot 9, \quad P_{h_1} = P^3 = 0{,}729; \quad (108)$$

$$\begin{aligned}
h_2 &= 4\cdot 6\cdot \overline{9}, \quad P_{h_2} = P^2Q = 0{,}081;\\
h_3 &= 4\cdot \overline{6}\cdot 9, \quad P_{h_3} = P^2Q = 0{,}081;\\
h_4 &= \overline{4}\cdot 6\cdot 9, \quad P_{h_4} = P^2Q = 0{,}081;\\
h_5 &= 4\cdot \overline{6}\cdot \overline{9}; \quad (109)\\
h_6 &= \overline{4}\cdot 6\cdot \overline{9};\\
h_7 &= \overline{4}\cdot \overline{6}\cdot 9;\\
h_8 &= \overline{4}\cdot \overline{6}\cdot \overline{9}.
\end{aligned}$$

Гипотезы $h_5 - h_8$ нулевые и из дальнейшего рассмотрения исключаются. Гипотезы $h_2, h_3 \quad u \quad h_4$ симметричные. Поэтому для решения рассматриваемой задачи достаточно выполнить моделирование только для двух из восьми гипотез, а именно $h_1 \quad u \quad h_2$. При этом искомая равнопараметрическая вероятностная модель системы составит

$$P_c = P^3 P_c^{(4\cdot 6\cdot 9)} + 3P^2QP_c^{(4\cdot 6\cdot \bar{9})} \quad (110)$$

СФЦ подсистемы $S^{(1)}$ для определения вероятностной характеристики $P_c^{(4\cdot 6\cdot 9)}$ приведена на рис. 17*а*. Ее прямое использование для ручного моделирования затруднительно, поэтому осуществляем разложение по группе симметричных вершин 5, 7 и *8*. В результате образуются следующие восемь новых гипотез:

$$h_1 = 5\cdot 7\cdot 8, \quad P_{h_{1.1}} = P^3 = 0{,}729; \quad (111)$$

$$h_{1.2} = 5 \cdot 7 \cdot \overline{8}, \quad P_{h_{1.2}} = P^2 Q = 0{,}081;$$
$$h_{1.3} = 5 \cdot \overline{7} \cdot 8, \quad P_{h_{1.3}} = P^2 Q = 0{,}081; \qquad (112)$$
$$h_{1.4} = \overline{5} \cdot 7 \cdot 8, \quad P_{h_{1.4}} = P^2 Q = 0{,}081;$$
$$h_{1.5} = 5 \cdot \overline{7} \cdot \overline{8}, \quad P_{h_{1.5}} = P^2 Q = 0{,}009;$$
$$h_{1.6} = \overline{5} \cdot 7 \cdot \overline{8}, \quad P_{h_{1.6}} = P^2 Q = 0{,}009; \qquad (113)$$
$$h_{1.7} = \overline{5} \cdot \overline{7} \cdot 8, \quad P_{h_{1.7}} = P^2 Q = 0{,}009;$$

$$h_{1.8} = \overline{5} \cdot \overline{7} \cdot \overline{8}, \quad P_{h_{1.8}} = Q^3 = 0{,}001. \qquad (114)$$

Здесь нет ни одной нулевой гипотезы, однако есть две группы по три симметричные гипотезы: $h_{1.2}$, $h_{1.3}$, $h_{1.44}$, $h_{1.5}$, $h_{1.6}$, $h_{1.7}$. Поэтому для определения $P_c^{(4 \cdot 5 \cdot 6)} = P_{S^{(1)}}$ достаточно выполнить только четыре шага моделирования и расчета согласно выражению

$$P_c^{(4 \cdot 5 \cdot 6)} = P_{S^{(1)}} = P^3 P_{S^{(1)}}^{(5 \cdot 7 \cdot 8)} + 3P^2 Q P_{S^{(1)}}^{(5 \cdot 7 \cdot \overline{8})} + 3PQ^2 P_{S^{(1)}}^{(5 \cdot \overline{7} \cdot \overline{8})} + Q^3 P_{S^{(1)}}^{(\overline{5} \cdot \overline{7} \cdot \overline{8})} \qquad (115)$$

Определяем $P_{S^{(1)}}^{(5 \cdot 7 \cdot 8)}$. Для ЛКЦ $y_{16} \cdot y_{17} \cdot y_{18}$ логическая ФРС этого случая согласно СФЦ на рис. 17, *а* составляет

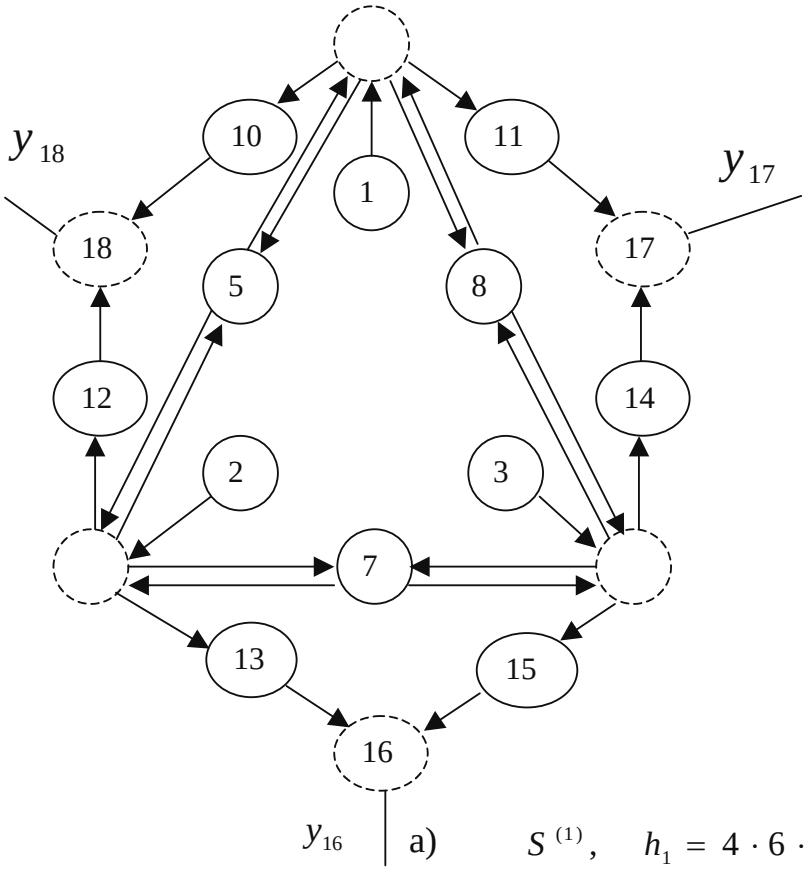
$$y_{S^{(1)}}^{(5 \cdot 7 \cdot 8)} = (1 \vee 2 \vee 3) \cdot (10 \vee 12) \cdot (11 \vee 14) \cdot (13 \vee 15);$$

вероятностная функция -

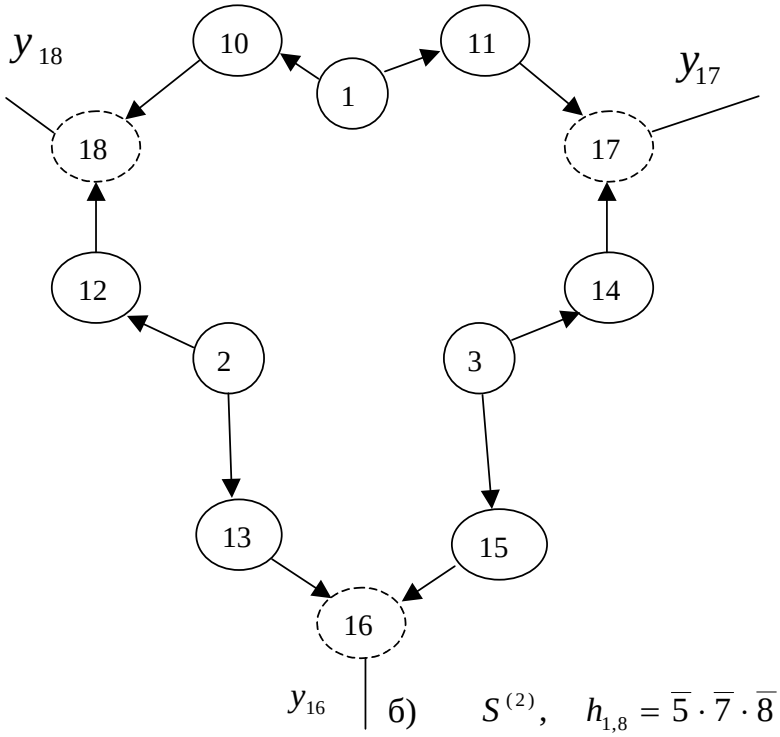
$$P_{S^{(1)}}^{(5 \cdot 7 \cdot 8)} = \left(1 - Q^3\right)\left(1 - Q^2\right)^3 = 0{,}969329 \qquad (116)$$

Определяем $P_{S^{(1)}}^{(5 \cdot 7 \cdot \overline{8})}$:

$$y_{S^{(1)}}^{(5 \cdot 7 \cdot \overline{8})} = (1 \vee 2 \vee 3) \cdot (10 \vee 12) \cdot (11 \vee 14) \cdot (13 \vee 15);$$
$$P_{S^{(1)}}^{(5 \cdot 7 \cdot \overline{8})} = \left(1 - Q^3\right)\left(1 - Q^2\right)^3 = 0{,}969329$$



а) $S^{(1)}$, $h_1 = 4 \cdot 6 \cdot 9$



б) $S^{(2)}$, $h_{1,8} = \overline{5} \cdot \overline{7} \cdot \overline{8}$

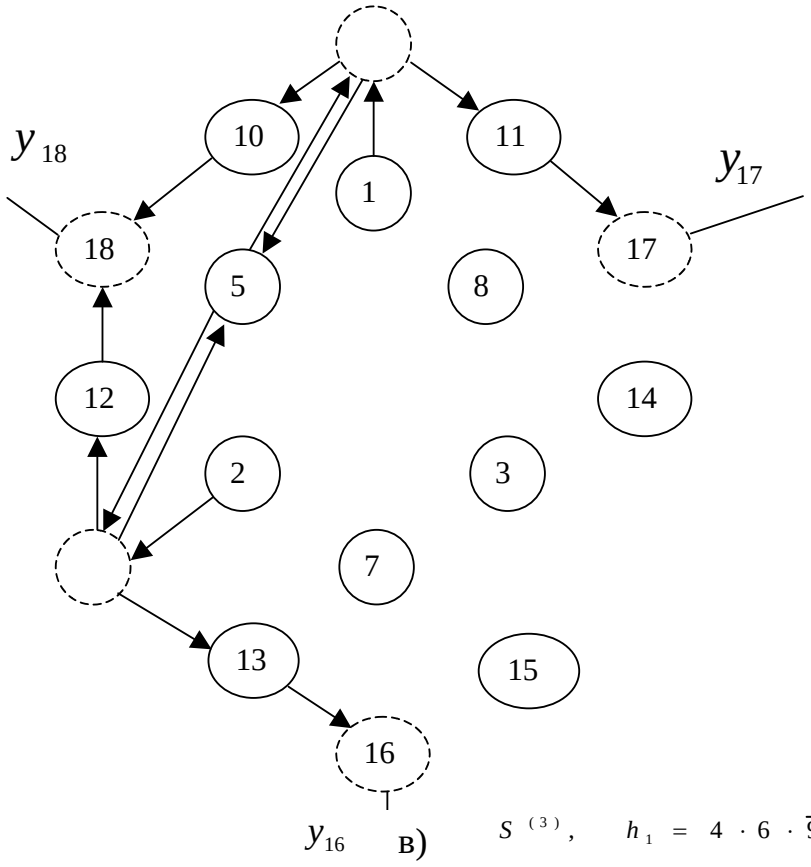


Рис.17. Варианты разложения СФЦ электроэнергетической системы

(117)

Определяем $P_{S^{(1)}}^{(5\cdot\overline{7}\cdot\overline{8})}$:

$$y_{S^{(1)}}^{(5\cdot\overline{7}\cdot\overline{8})} = (12 \vee 10)\cdot(1 \vee 2)\cdot(11\cdot 13 \vee 3\cdot(13\cdot 14 \vee 14\cdot 15 \vee 11\cdot 15)) =$$
$$= (12 \vee 10)\cdot(1 \vee 2)\cdot(11\cdot 13 \vee 3\cdot 14\cdot 13\cdot 1\,\overline{1} \vee 3\cdot 1\overline{3}\cdot 14\cdot 15 \vee 3\cdot 1\overline{3}\cdot 1\overline{4}\cdot 11\cdot 15); \quad (118)$$
$$P_{S^{(1)}}^{(5\cdot\overline{7}\cdot\overline{8})} = \left(1-Q^2\right)^2\left(P^2 + 2P^3Q + P^3Q^2\right) = 0{,}943925$$

Определяем $P_{S^{(1)}}^{(\overline{5}\cdot\overline{7}\cdot\overline{8})}$. На рис. 176 приведен вариант разложения структуры $S^{(1)}$ для данного случая (гипотеза $h_{1.8} = \overline{5}\cdot\overline{7}\cdot\overline{8}$).

Прямое использование $S^{(2)}$ для моделирования затруднительно. Поэтому выполняем еще одно разложение структуры $S^{(2)}$ по вершинам (переменным) *1*, *2* и *3*. В результате образуются следующие восемь гипотез:

$$h_{1.8.1} = 1\cdot 2\cdot 3, \quad P_{h_{1.8.1}} = P^3 = 0{,}729; \quad (119)$$

$$
\begin{aligned}
&h_{1.8.2} = 1\cdot 2\cdot \overline{3}, \quad P_{h_{1.8.2}} = P^2Q = 0{,}081;\\
&h_{1.8.3} = 1\cdot \overline{2}\cdot 3, \quad P_{h_{1.8.3}} = P^2Q = 0{,}081;\\
&h_{1.8.4} = \overline{1}\cdot 2\cdot 3, \quad P_{h_{1.8.4}} = P^2Q = 0{,}081;\\
&h_{1.8.5} = 1\cdot \overline{2}\cdot \overline{3};\\
&h_{1.8.6} = \overline{1}\cdot 2\cdot \overline{3};\\
&h_{1.8.7} = \overline{1}\cdot \overline{2}\cdot 3;\\
&h_{1.8.8} = \overline{1}\cdot \overline{2}\cdot \overline{3}.
\end{aligned}
\tag{120}
$$

Здесь последние четыре гипотезы являются нулевыми и из рассмотрения исключаются. Гипотезы $h_{1.8.2}$, $h_{1.8.3}$ и $h_{1.8.4}$ образуют симметричную группу. Поэтому вероятность $P_{S^{(1)}}^{(\overline{5}\cdot\overline{7}\cdot\overline{8})}$ составит

$$
P_{S^{(1)}}^{(\overline{5}\cdot\overline{7}\cdot\overline{8})} = P^3 P_{S^{(2)}}^{(1\cdot 2\cdot 3)} + 3P^2Q P_{S^{(2)}}^{(1\cdot 2\cdot \overline{3})} \tag{121}
$$

Определяем $P_{S^{(2)}}^{(1\cdot 2\cdot 3)}$**:**

$$
\begin{aligned}
&y_{S^{(2)}}^{(1\cdot 2\cdot 3)} = (11 \vee 14)\cdot(10 \vee 12)\cdot(13 \vee 15);\\
&P_{S^{(3)}}^{(1\cdot 2\cdot 3)} = \left(1-Q^2\right)^3 = 0{,}9703
\end{aligned}
\tag{122}
$$

Определяем $P_{S^{(2)}}^{(1\cdot 2\cdot \overline{3})}$:

$$
\begin{aligned}
&y_{S^{(2)}}^{(1\cdot 2\cdot \overline{3})} = 11\cdot 13\cdot(10 \vee 12);\\
&P_{S^{(2)}}^{(1\cdot 2\cdot \overline{3})} = P^2\left(1-Q^2\right) = 0{,}8019
\end{aligned}
\tag{123}
$$

Подставляя (122) и (123) в (121), получаем

$$
P_{S^{(1)}}^{(\overline{5}\cdot\overline{7}\cdot\overline{8})} = P^3\left(1-Q^2\right)^3 + 3P^4\left(1-Q^2\right) = 0{,}729\cdot 0{,}9703 + 3\cdot 0{,}081\cdot 0{,}8019 = 0{,}90221 \tag{124}
$$

Полученные результаты (116)-(118) и (124) позволяют по выражению (115) найти первую составляющую $P_c^{(4\cdot 6\cdot 9)}$ основной вероятностной модели системы (110):

$$
\begin{aligned}
&P_c^{(4\cdot 6\cdot 9)} = P_{S^{(1)}} = P^3\left(1-Q^2\right)\left(1-Q^3\right)^3 + 3P^2Q\left(1-Q^2\right)\left(1-Q^3\right)^3 +\\
&+ 3PQ^2\left(1-Q^2\right)^2\left(P^2 + 2P^3Q + P^3Q^2\right) + Q^3\left(P^3\left(1-Q^3\right)^3 + 3P^4Q\left(1-Q^2\right)\right) =\\
&= 0{,}729\cdot 0{,}969329 + 3\cdot 0{,}081\cdot 0{,}969329 + 3\cdot 0{,}009\cdot 0{,}943925 +\\
&\quad + 0{,}001\cdot 0{,}90221 = 0{,}968576
\end{aligned}
\tag{125}
$$

Вторую составляющую $P_c^{(4\cdot 6\cdot \overline{9})}$ выражения (110) найдем по соответствующему варианту $S^{(3)}$ разложения исходной СФЦ системы для гипотезы $h_2 = 4\cdot 6\cdot \overline{9}$ (структура $S^{(3)}$ изображена на рис. 17в):

$$
\begin{aligned}
y_c^{(4\cdot6\cdot\bar{9})} &= 11\cdot(1\vee 5\cdot 2)\cdot 13\cdot(2\vee 5\cdot 1)\cdot(10\cdot(1\vee 5\cdot 2)\vee 12\cdot(2\vee 5\cdot 1))= \\
&= 11\cdot 13\cdot(1\vee 5\cdot 2)\cdot(2\vee 5\cdot 1)\cdot(10\cdot\vee 12)= \\
&= 11\cdot 13\cdot(1\cdot 2\vee 1\cdot 5\cdot\bar{2}\vee 2\cdot 5\cdot\bar{1})\cdot(10\cdot\vee 12) \\
P_c^{(4\cdot6\cdot\bar{9})} &= P_{S^{(3)}} = P^2\left(P^2+2P^2Q\right)\left(1-Q^2\right)= P^4(1+2Q)\left(1-Q^2\right)= 0{,}779447
\end{aligned}
\tag{126}
$$

Подставляя (125) и (126) в (110), определяем искомую вероятностную характеристику и функцию надежности системы:

$$
\begin{aligned}
&P_c = 0{,}729\cdot 0{,}968576 + 3\cdot 0{,}081\cdot 0{,}779447 = 0{,}895498 \\
&P_c = P^3\left(\left(1-Q^3\right)\left(1-Q^2\right)^3\left(P^3+3P^2Q\right)+3PQ^2\left(1-Q^2\right)^2\left(P^2+2P^3Q+P^3Q^2\right)+\right. \\
&\left.+Q^3\left(P^3\left(1-Q^2\right)^3+3P^4Q\left(1-Q^2\right)\right)\right)+3P^6Q(1+2Q)\left(1-Q^2\right)
\end{aligned}
\tag{127}
$$

Эти результаты полностью совпадают с машинными решениями данной задачи, приведенными в табл. 2, пример 1, вариант I.

Следует особо отметить одну замечательную возможность практического использования метода разложения. Это - получение приближенных математических моделей и расчет системных характеристик с заданной точностью. Общая идея и практическая реализация этого приема крайне просты. Они основываются на том, что вероятность ненулевой гипотезы всегда не меньше общей вероятности функционирования соответствующей подсистемы. Это позволяет в процессе моделирования исключить из рассмотрения все те группы маловероятных гипотез, совокупная вероятность которых не превышает заданной точности анализа системы в целом.

Так, например, исключая в последнем примере из рассмотрения гипотезу $h_{1.8}$, вероятность которой равна 0,001 [34], тем самым исключаем все этапы моделирования, связанные с определением вероятности $P_{S^{(1)}}^{(\bar{5}\cdot\bar{7}\cdot\bar{8})}$. Тогда нижнее значение вероятностной характеристики надежности системы согласно (79)-(84), (87)-(89) и (97) составляет

$$
\begin{aligned}
P_c^{(\min)} &= 0{,}729\cdot(0{,}729\cdot 0{,}969329 + 3\cdot 0{,}081\cdot 0{,}969329 + 3\cdot 0{,}009\cdot 0{,}943925)+ \\
&+3\cdot 0{,}081\cdot 0{,}779447 = 0{,}894839
\end{aligned}
\tag{128}
$$

Прибавляя к этому результату вероятность исключенной из рассмотрения гипотезы $h_{1.8}$, равную 0,001, получаем верхнее значение вероятностной характеристики системы

$$
P_c^{(\max)} = P_c^{(\min)} + P_{h_{1.8}} = 0{,}895839 \tag{129}
$$

Естественно предположить, что наиболее точное значение искомой вероятности $\widehat{P}_c$ будет получено, если к минимальному значению (129) прибавить $0{,}5P_{h_{1.8}}$. Тогда получаем

$$
\widehat{P}_c = P_c^{(\min)} + 0{,}5P_{h_{1.8}} = 0{,}895339 \tag{130}
$$

Сравнение результатов (128-130) с точным решением этой задачи (127) подтверждает пра-

вильность наших рассуждении и рассмотренного приближенного метода разложения.

Таким образом, комплексное использование методов декомпозиции открывает широкие возможности практического использования общего логико-вероятностного метода моделирования для анализа реальных систем высокой размерности. Основное ограничение применения ЛВМ – "проклятие большой размерности" для данного класса систем можно считать преодоленным.

***

На основе рассмотренных основных теоретических и методологических положений ЛВМ моделирования надежности сложных систем в последние годы активно разрабатываются многие специальные его направления и разделы. Наиболее существенными из них являются следующие.

1. Разработка методов моделирования и расчета различных показателей роли элементов в обеспечении надежности и эффективности сложных систем. Исходные положения этого направления и показатели веса, значимости, вклада и удельного вклада элементов приведены в [36].

2. Разработка методов логико-вероятностного моделирования и расчета показателей стойкости, живучести и комплексной оценки устойчивости систем. В рамках этого направления, в частности, разработаны логико-вероятностные методы построения с помощью ЭВМ динамических моделей живучести сложных систем в форме цепей Маркова [14].

3. Разработка приближенных аналитических и статистических методов логико-вероятностного моделирования и анализа систем большой размерности.

4. Разработка логико-вероятностных методов анализа различных свойств систем с числом состояний элементов больше двух и учетом временной последовательности изменений состояний элементов.

5. Разработка логико-вероятностных методов моделирования и оптимизации параметров и структур сложных систем по критериям их надежности, живучести и эффективности функционирования.

6. Разработка алгоритмов, программ и банков машинных методик оперативного построения с помощью ЭВМ логико-вероятностных моделей функционирования систем различных классов и назначения, а также решение на основе этих моделей расчетных и оптимизационных задач.

Завершая изложение материала учебного пособия, отметим, что опыт практического использования ЛВМ в течение нескольких последних лет убедительно показал его правильность и более широкие возможности моделирования сложных

систем по сравнению с существующим монотонным ЛВМ [36]. Вместе с тем ЛВМ постоянно и бурно развивается. В настоящее время разработаны комплексы программ статического [24] и динамического [34] моделирования и расчета показателей надежности и живучести сложных систем на ЭВМ. Исходными для всех этих методик являются структуры и режимы работы систем, задаваемые с помощью СФЦ и ЛКЦ, и параметры элементов. Все дальнейшие этапы построения логических ФРС, определения вероятностных функций и расчет различных показателей выполняются ЭВМ автоматически. Указанные методики предназначены для оперативного и многовариантного моделирования и анализа многофункциональных структурно и качественно сложных систем различного назначения в процессе их разработки и эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности//Пер. с англ. – М.: Сов. радио, 1969. – 488с.
2. Бердичевский Б.Е. Оценка надежности аппаратуры автоматики. Методы оценки надежности в процессе разработки. – М.: Машиностроение, 1966. – 276с.
3. Болшев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. - М.: Наука, 1965.- 464с.
4. Вадзинский Р.Н. Основы теории надежности средств и систем связи ВМФ. - Л*:* ВМА, 1983.
5. Вентцель Е.С. Исследование операций. - М.: Сов. радио, 1972. - 551с.
6. Волик Б.Г., Рябинин И.А. Эффективность, надежность и живучесть управляющих систем.— Автоматика и телемеханика, 1984, № 12.
7. Глазунов Л.П., Грабовецкий В.П., Щербаков О.В. Основы теории надежности автоматических систем управления. - Л.: Энергоатомиздат, 1984.
8. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. - М.: Наука, 1965. - 524с.
9. Гнеденко Б.В., Соловьев А.Д. Математика и теория надежности. Сер. Математика и кибернетика, № 10. М**.:** Знание, 1982.
10. Голинкевич Т.А. Прикладная теория надежности. – М.: Высшая школа, 1977. – 159с.
11. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 32л.
12. Журавлев В.М., Вейс Л.Д., Гертель Е.О. Оценка надежности функционирования сложных систем управления при проектировании. – Фрунзе: Фрунз. политехн. институт, 1988. – 115с.
13. Заренин Ю. Г. и др. Надежность и эффективность АСУ. - Киев: Техника, 1975.
14. Иванов М. В., Можаев А.С., Рябинин И.А. Логико-вероятностные методы расчета живучести автоматизированных электроэнергетических систем судов.— Вопросы судостроения. Сер. Судовая автоматика, вып. 30. Л.: Судостроение, 1984.
15. Иыду К.А. Надежность, контроль и диагностика вычислительных машин. – М.: Высшая школа, 1989. – 216с.
16. Китушин В.Г. Определение логической функции работоспособности электрической системы.—Электричество, 1976, №8.

17. Козлов Б.А., Ушаков И.А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. – М.: Сов. радио, 1975. - 472 с.

18. Колмогоров А.Н, Успенский В.А. К определению алгоритма. – УМН, 1958, т.13, №4, с.3-28.

19. Костарев Р.Л., Спасский И.Д., Станкевич Л.В. Вопросы машинного синтеза структурных путей функционирования системы.— Вопросы судостроения. Сер. Математические методы, программирование, эксплуатация ЭВМ, вып**.** 10, 1976.

20. Лонгботтом. Р. Надежность вычислительных систем//Пер. с англ. Под ред. П.П. Пархоменко. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 288с.

21. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М.: Наука, 1986. - 367с.

22. Можаев А.С. Разработка логико-вероятностных методов для автоматизации моделирования и расчета показателей устойчивости комплексов технических средств систем управления ВМФ. Дисс. канд.техн.наук. Л.: ВМА, 1984. -134 с

23. Можаев А.С., Светиков Б.В., Власова Л.Д. Процедура перехода от логических к вероятностным функциям надежности систем.— В кн**.:** Сборник алгоритмов и программ № 10. Л.: ВМА, 1986.

24. Можаев А.С., Травин Э.В., Рыбкина Т.А. Фонд методик автоматизированного анализа сложных систем. Моделирование и расчет статических показателей надежности н живучести сложных систем. - Л.: ВМА, 1987.

25. Надежность и эффективность в технике. Справочник. Т.1. Методология. Организация. Терминология//Под ред. А.И.Рембезы. – М.: Машиностроение, 1981. – 224с.

26. Надежность и эффективность в технике. Справочник. Т.2. Математические методы в теории надежности и эффективности.//Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Машиностроение, 1981. – 224с.

27. Надежность технических систем. Справочник // Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В.Болотин и др. Под ред. И.А.Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608с.

28. Нечипоренко В.И. Структурный анализ и методы построения надежных систем. – М.: Сов. Радио, 1968.

29. Окороков В.Р. Надежность производственных систем. – Л.: Изд. ЛГУ, 1972. – 167с.

30. Половко А.М. Основы теории надежности. – М.: Наука, 1964. – 446с.

31. Разработка ТЗ на создание методики оценки надежности систем контроля и управления в нефтехимической и нефтеперерабатывающей промышленности на ранних стадиях проектирования: Отчет о НИР. – СПб: СПИИРАН, 2000. – 67с.

32. Райншке К. Модели надежности и чувствительности систем//Пер. с англ. – М.: Мир, 1979.

33. Раимов М. М., Романова М. В., Смирнов А. С. Алгоритм поиска путей успешного функционирования при расчете надежности судовых систем управления— Вопросы судостроения. Сер. Судовая автоматика, вып. 29. - Л.: Румб, 1983.

34. Расчет показателей живучести технических систем ускоренным табличным методом//Рябинин И.А., Протченко В.М., Можаев А.С., Титов В.В., Бобрович В.Ю., Светиков Б.В., Травин Э.В. - Л.: ВМА, 1986.

35. Рябинин И.А. Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем. – Л.: Судостроение, 1967.

36. Рябинин И.А., Черкесов Г.Н. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем. – М.: Радио и связь, 1981. – 264с.

37. Рябинин И. А., Парфенов Ю. М., Юрлов Ю. Е. Процедура получения функции работоспособности сложной технической системы путем построения деревьев орграфа//В кн.: Сборник алгоритмов и программ, вып. 7. - Л.: ВМА, 1979.

38. Рябинин И. А., Грек Б. В., Борисов С. С. Поиск минимальных сечений отказов структурно-сложных технических систем.— В кн.: Сборник алгоритмов и программ №8. - Л.: ВМА, 1982.

39. Рябинин И. А., Киреев Ю. Н. Надежность судовых электроэнергетических систем и судового электрооборудования. - Л.: Судостроение, 1974.

40. Сборник задач по теории надежности//Под ред. А.М.Половко. – М.: Сов. радио, 1972.

41. Сотсков Б.С. Основы теории и расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. – М.: Высшая школа, 1970.

42. Теория надежности радиоэлектронных систем в примерах и задачах: учебное пособие//Дружинин Г.В., Степанов С.В., Шихматова В.Л. и др. - М.: Энергия, 1976. - 448с.

43. Хазов Б.Ф., Дидусев Б.А. Справочник по расчету надежности машин на стадии проектирования. - М.: Машиностроение, 1986. - 224с.

44. Шор Я.Б. Статистические методы контроля качества и надежности. – М.: Сов. радио, 1962.